



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Kalmár László (matematikus)

45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Második nap – Javítási útmutató

HARMADIK OSZTÁLY

1. Négy barát, András, Gábor, Dávid és Csaba egy négyemeletes ház négy különböző emeletén lakik. Mind a négyen sportolnak, egyikük úszik, másik kosárlabdázik, harmadik kajakozik, negyedik tollaslabdázik. A kosárlabdázó, az úszó és Csaba, mindhárman András alatt laknak. Az úszónak egy emeletet kell felmenni az otthonából, ha meg akarja látogatni Dávidot, és egy emeletet le, ha a tollaslabdázót szeretné felkeresni. Ki mit sportol, és hányadik emeleten lakik?

Megoldás:

András alatt hárman laknak, ezért ő lakik legfölül, azaz a 4. emeleten.

Az úszó nem András, nem Dávid és nem Csaba, így csak Gábor lehet.

Az úszó Dávid és a tollaslabdázó között lakik, azaz a 2. emeleten.

Így Dávid a kosárlabdázó, és a 3. emeleten lakik.

Végül marad Csaba a tollaslabdázó, aki az 1. emeleten lakik.

Tehát András csak a kajakos lehet.

A helyes megoldás indoklás nélkül is 7 pont.

2. Gombóc Artúr májusban minden nap megeszik 8 gombóc fagyaltot és 40 dkg csokoládét. Azokon a napokon, amikor süt a nap ennél 3-mal több gombóc fagyit eszik, amikor nem süt a nap, akkor 20 dkg-mal több csokoládét fogyaszt. A hónap végén Gombóc Artúr összeszámolta, hogy összesen 302 gombóc fagyaltot evett meg. Hány kilogramm csokoládét evett meg Gombóc Artúr ebben a hónapban? A megoldásodat indokold!

Megoldás:

Május 31 napos, így ha minden nap 8 gombóc fagyit eszik, akkor $8 \cdot 31 = 248$ gombóc fagyit fogyaszt el. 1 pont

Mivel összesen 302 gombócot evett, ez annyiszor 3-mal több a 248-nál, amennyi a napos napok száma: $(302 - 248) : 3 = 54 : 3 = 18$. 3 pont

Ha májusban 18 napon sütött a nap, akkor $31 - 18 = 13$ napon nem sütött. 1 pont

Így májusban Gombóc Artúr $31 \cdot 40 + 13 \cdot 20 = 1500$ dkg = 15 kg csokoládét evett. 2 pont

A helyes megoldás összesen 7 pont

3. Egy négyzetrácsos fehér lapra a rácsvonalak mentén téglalapot rajzoltunk, majd szürkére színeztük a téglalap belsejében azokat a rácsnégyzeteket, amelyek a téglalap oldalaira illeszkednek.

a) Hány kis négyzetből állhat a téglalap, ha a téglalapban 6 kis négyzet fehér?

b) Hány kis négyzetből állhat a téglalap, ha a téglalapban 12 kis négyzet szürke?

Rajzold le a lehetséges téglalapokat!



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

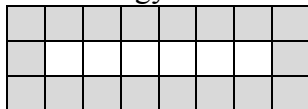


Kalmár László (matematikus)

Megoldás:

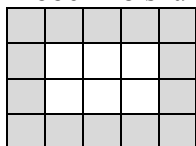
a) A fehér négyzetek is téglalapot alkotnak.

6 fehér négyzet kétféle téglalapot alkothat:



Ebben 18 szürke négyzet van, összesen 24 négyzetből áll a téglalap.

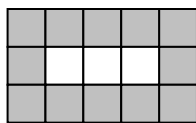
2 pont



Ebben 14 szürke négyzet van, összesen 20 négyzetből áll a téglalap.

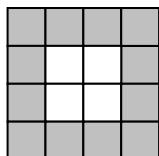
1 pont

b) Ha 12 kis négyzet szürke, akkor a téglalap csúcsaiban levő 4 négyzeten kívül 8 kis négyzet szürke. Ez azt jelenti, hogy ha van belső fehér téglalap, akkor annak oldalai összesen 8 egység hosszúak. Ez is kétféleképpen lehetséges:



A téglalap ekkor 15 kis négyzetből áll.

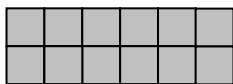
2 pont



A téglalap ekkor 16 kis négyzetből áll.

1 pont

Ha nincs belső fehér téglalap, akkor minden négyzet szürke:



A téglalap ekkor 12 négyzetből áll.

1 pont

4. Guszti dominókészletében a dominókon 0-tól 6-ig vannak számok (a dominó két oldalának sorrendje nem számít, például az 1 és 2 számok csak egy dominón vannak rajta). Sajnos a készletből elvesztek azok a dominók, amelyek két oldalán egyforma szám állt. Guszti kirakott néhány dominót téglalap alakban úgy, hogy a téglalap szemközti oldalain ugyanannyi a négyzetekben levő számok összege (a téglalap rövidebb oldalán 4 dominónégyzetben 4 szám van, a hosszabb oldalak mentén 6 négyzetben 6 szám.) A dominók a dominózás szabályai szerint követik egymást, azaz a különböző dominókon levő, egymáshoz illeszkedő négyzeteken ugyanaz a szám van. Írd be a dominókról hiányzó számokat!



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Kalmár László (matematikus)

2	5				
				2	4

Megoldás:

2	5	5			4
2				4	
6				4	
6			2	2	4

Először írjuk be a meglevő dominókhöz kapcsolódó négyzetekbe a megfelelő számokat!

A baloldalon eddig 4, a jobboldalon 8 az összeg, így a baloldalra két helyre olyan számot kell írni, amely 2-vel nagyobb a jobboldalra írt számnál. Ez a 4 és az 5 nem lehet, mert ilyen dominók már vannak. Ha 2-t írnánk a baloldalra, akkor a bal alsó két dominó egyforma kellene legyen, ami nem lehet. Marad a 3 vagy a 6. Ha 6-ot írunk a baloldalra, akkor a jobboldalra 4 kerül. Ehhez kellene egy (4;4)-es dominó, ami elveszett. Tehát ez az eset nem lehet.

2	5	5	0	0	1
2				1	
3				4	
3	1	1	2	2	4

Ha 3-at írunk a baloldalra, akkor a jobboldalra 1 kerül. A téglalap hosszabb oldalán ekkor alul 11, felül 13 az összeg, így alulra 1-gyel nagyobb szám kerül, mint felülre. Alul a 2 mellé így csak az 1 vagy a 6 jöhet. (2 nem lehet, mert akkor két 23-as dominó lenne.) Ha alul 1 van, akkor felül 0-kat írunk a hiányzó helyekre. Ez jó megoldás.



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

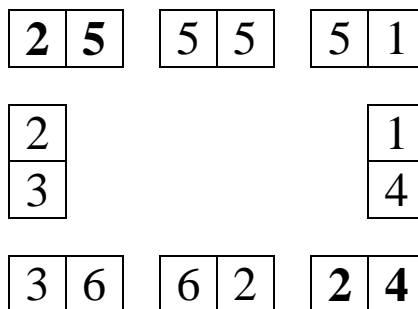
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Kalmár László (matematikus)

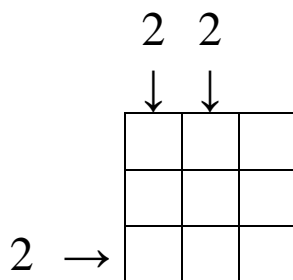


Ha alulra 6-ot írunk, akkor felülre 5-öt kell, ehhez kellene egy (5;5) dominó, ami elveszett, így ez az eset sem lehet.

A hiányzó számok helyes kitöltése 7 pont.

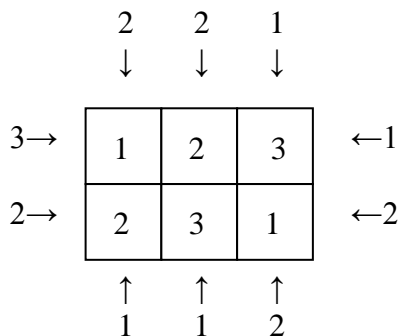
5. Gergő három 1 szintes, három 2 szintes és három 3 szintes tornyot állított fel az ábrán látható négyzet kis négyzeteire úgy, hogy egyetlen sorban és egyetlen oszlopban sincs két azonos magasságú torony. Ezután két oszlop fölé odaírta, hogy onnan hány tornyot lehet látni abban az oszlopban. Az oszlopban a magasabb torony takarja a mögötte álló alacsonyabbat, így az nem látszik. Ugyanezt megtette egy sorral is.

Írd be minden kis négyzetbe, hogy az ott álló torony hány szintes!



Példa: A négyzetekbe írt számok azt mutatják, hogy az ott álló torony hány szintes.

A nyilakhoz írt számok pedig azt mutatják, hogy a nyíl irányából hány torony látszik.





TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Kalmár László (matematikus)

Megoldás:

	2		2	
	↓		↓	
	1	2	3	
	3	1	2	
2	→	2	3	1

Az első oszlopban a 3-as sem felül, sem alul nem lehet, csak középen.

A második oszlopban legfelül a 2-es miatt nem lehet a 3-as, középen azért, mert a második sorban már van egy 3-as, így csak legalul lehet. Ezek után a harmadik 3-as a harmadik oszlopban van felül. A középső oszlopban felül 2-es kell legyen, mert ha 1 lenne, akkor felülről 3 torony látszana ebben az oszlopban. Innen már a többi torony helye adódik a sudoku szabályai szerint.

A helyes kitöltés 7 pont.

Az első négy jó szám 4 pontot ér, utána a többi összesen 3-at.