



Kalmár László

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



46. TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVESENY

Országos döntő – Második nap – Javítási útmutató

NEGYEDIK OSZTÁLY

1. A kosárlabda csapat öt játékosa által a legutóbbi meccsen dobott pontok száma növekvő sorrendben: 12, 15, 16, 18 és 19 volt. András 16-nál több pontot dobott. Botond pontjainak száma páratlan. Dénes nem volt a három legtöbb pontot szerzett játékos között. Csaba több pontot szerzett, mint Gábor, de kevesebbet, mint Botond. Ki hány pontot szerzett a meccsen, ha nem Gábor dobta a legkevesebb pontot?

Megoldás:

Írjuk táblázatba, ki hány pontot nem szerezhett:

	12	15	16	18	19
András	-	-	-		
Botond	-		-	-	
Csaba					
Dénes			-	-	-
Gábor	-				

Botond 15 vagy 19 pontot szerzett, ennél Csaba is és Gábor is kevesebbet, így Botond nem szerezhett 15 pontot, mert annál csak egy kevesebb van. Tehát Botond 19 pontot szerzett. András 18 vagy 19 pontot szerzett, Botond 19-et, így András csak 18-at szerezhett.

	12	15	16	18	19
András	-	-	-	+	-
Botond	-	-	-	-	+
Csaba				-	-
Dénes			-	-	-
Gábor	-			-	-

Csaba megelőzte Gábort, így csak neki lehetett 16 pontja. Mivel nem Gábor szerzte a legkevesebb pontot, így az csak Dénes lehetett.

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



Kalmár László

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



	12	15	16	18	19
András	-	-	-	+	-
Botond	-	-	-	-	+
Csaba	-	-	+	-	-
Dénes	+	-	-	-	-
Gábor	-	+	-	-	-

Tehát András 18 pontot szerzett, Botond 19-et, Csaba 16-ot, Dénes 12-t és Gábor 15-öt.

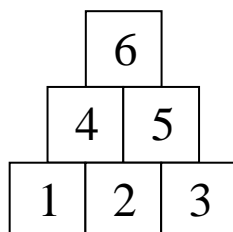
Helyes megoldás indoklással, esetleg táblázattal 7 pont.

Helyes válasz indoklás nélkül 3 pont.

Részben helyes megoldásra arányosan kevesebb pont jár.

2. A játékboltban hat számozott dobozt raktak egymásra piramis alakban egy polcra az ábra szerint. Karcsi egyenként átpakolja mind a hat dobozt. Csak olyan dobozt vehet le, amelyiken nincsen másik doboz.

- Melyik dobozt veheti le harmadiknak?
- Melyik lehet az utolsó doboz?
- Hányféle sorrendben veheti le a dobozokat?

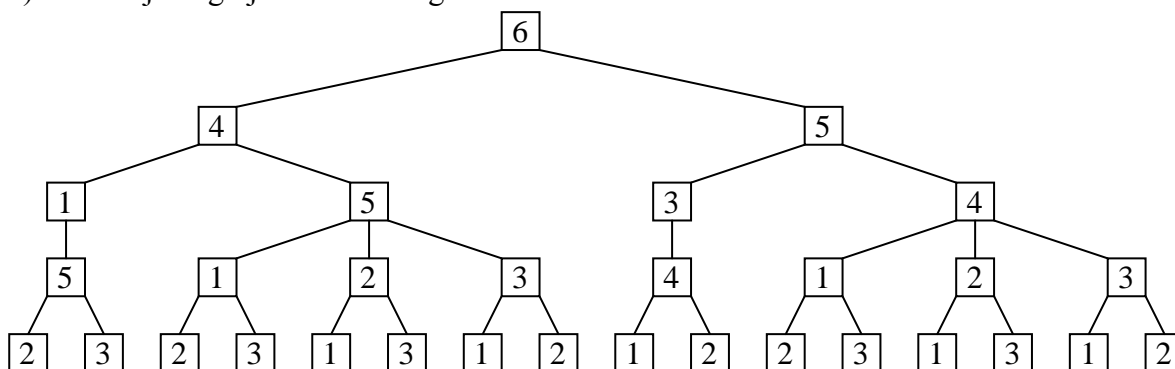


Megoldás:

a) Az első doboz mindenképpen a 6-os számú. Második lehet a 4-es vagy az 5-ös. Így harmadik lehet a 4-es, az 5-ös, az 1-es és a 3-as. 2 pont

b) Utolsónak az 1, 2 és 3 dobozok közül bármelyiket leveheti. 1 pont

c) Ábrázoljuk ágrajzzal a lehetséges sorrendeket:



Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



Kalmár László

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Az utolsónak levett dobozt nem ábrázoltuk, az már minden esetben egyértelmű.
Az ágrajzról elolvasható, hogy Karcsi 16-féle sorrendben veheti le a dobozokat.

4 pont

3. Öt zig és négy zog együtt 34 zagot ér. Két zig és három zog együtt 22 zagot ér.

- Hány zagot ér egy zig és egy zog együtt?
- Hány zagot ér egy zog?
- Hány ziget ér egy zog?

Megoldás:

a) Képzeljük el két kétkarú mérleg serpenyőiben a dolgokat.

Az egyik mérlegen $5 \text{ zig} + 4 \text{ zog} = 34 \text{ zag}$.

A másik mérlegen $2 \text{ zig} + 3 \text{ zog} = 22 \text{ zag}$.

A két mérleg baloldali serpenyőit összeöntjük, ez egyensúlyban lesz a jobboldali serpenyők összeöntése utáni zagokkal. Azaz $7 \text{ zig} + 7 \text{ zog} = 56 \text{ zag}$.

A baloldalon 7 csoport van, mindegyikben egy zig és egy zog. Ez egyenlő 56 zaggal, ezért egy zig és egy zog $56 : 7 = 8$ zaggal egyenlő.

Tehát egy zig és egy zog együtt 8 zagot ér.

Helyes megoldás indoklással 3 pont, indoklás nélkül 1 pont. Ha nem teljes a megoldás, jó megállapításokra részpontok adhatók.

b) Ha a mérleg egyik serpenyőjében 2 zig és 3 zog van, akkor abban 2-szer szerepel a zig és zog együtt, és még van egy zog. Ez $2 \cdot 8 = 16$ zag és még egy zog. Mivel a mérleg másik serpenyőjében ezzel 22 zag tart egyensúlyt, mindkét oldalról 16 zagot elvéve azt kapjuk, hogy egy zoggal $22 - 16 = 6$ zag tart egyensúlyt.

Helyes megoldás indoklással 2 pont, indoklás nélkül 1 pont.

c) Mivel 1 zog = 6 zag, és egy zig és egy zog együtt 8 zag, ezért egy zig $8 - 6 = 2$ zaggal tart egyensúlyt. Tehát 1 zig = 2 zag és 1 zog = 6 zag, ezért 1 zog $6 : 2 = 3$ ziggel tart egyensúlyt.

Azaz 1 zog = 3 zig.

Helyes megoldás indoklással 2 pont, indoklás nélkül 1 pont.

4. Bori és Sári egy kör alakú futópályának két átellenes pontjából egyszerre indultak el egymással szemben. Bori 100 métert futott, mire először találkoztak. Ezután tovább futottak, és innentől a következő találkozásukig Sári 150 métert futott. Hány méter hosszú a futópálya?
(Tegyük fel, hogy mindketten végig egyenletesen, mindig ugyanazzal a sebességgel futnak.)

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



Kalmár László

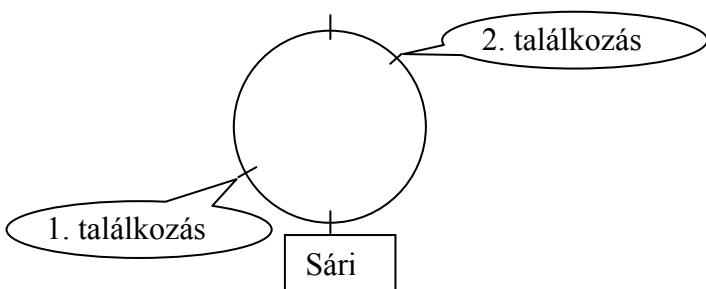
TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Megoldás:

Bori



Az első találkozásig ketten együtt a félkört tették meg, ezalatt Bori 100 m-t futott.

Az első találkozástól a második találkozásig együtt egy teljes kört tettek meg, így ezalatt Bori 200 m-t futott. Mivel ekkor Sári 150 m-t tett meg, a kör összesen $200 + 150 = 350$ m hosszú.

A helyes megoldás indoklással 7 pont, indoklás nélkül 2 pont. Ha nem teljes a megoldás, jó megállapításokra részpontok adhatók.

5. Villő sorban egymás mellé rakta az 1, 2, 3 és 4 számkártyákat úgy, hogy pontosan két kártya felcserélésével nem lehet elérni az 1, 2, 3, 4 sorrendet. Hányféle sorrendben lehetnek a lapok?

Megoldás:

A négy különböző számkártyának $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ sorrendje lehet, amelyek közül azok nem felelnek meg a feltételnek, amelyeknél egy cserével elérhető az 1234 sorrend.

Ez annyi lehetőség, ahányféleképpen az 1, 2, 3, 4 kártyákból kiválaszthatjuk azt a kettőt, amelyeket felcserélünk:

1-2 csere, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4 és 3-4 csere. Ez 6 lehetőség, tehát 6 esetben egy cserével el lehet érni az 1, 2, 3, 4 sorrendet, így $24 - 6 = 18$ esetben nem lehet egy cserével elérni az 1234 sorrendet.

Megjegyzés: ezekbe a sorrendekbe az 1234 sorrend is beletartozik, hiszen akkor egy cserével elrontjuk az eredetileg jó sorrendet.

2. megoldás:

A megfelelő sorrendeket fel lehet sorolni:

Ha azt figyeljük, hogy hány kártya van annyiadik helyen, amelyik szám áll rajta, akkor azok a sorrendek megfelelők, amelyeknél 0, 3, vagy 4 kártya áll rossz helyen.

1 kártya nem állhat rossz helyen, mert nem lenne mivel felcserélni.

Ha 2 kártya áll rossz helyen, akkor ezek felcserélésével elérhető az 1234 sorrend.

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



Kalmár László

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Nincs a helyén (db)	1	2	3	4
0	1	2	3	4
3	1	3	4	2
	1	4	2	3
	3	2	4	1
	4	2	1	3
	2	4	3	1
	4	1	3	2
	2	3	1	4
	3	1	2	4
4	2	1	4	3
	2	3	4	1
	2	4	1	3
	3	1	4	2
	3	4	1	2
	3	4	2	1
	4	1	2	3
	4	3	1	2
	4	3	2	1

Tehát összesen 18 olyan sorrend van, amelyből két kártya cseréjével nem érhető el az 1234 sorrend.

A helyes válasz indoklással 7 pont, indoklás nélkül 2 pont. Részmegoldásra arányosan adható pont. Ha az 1234 sorrendet nem számolta bele, 1 ponttal kevesebbet kapjon.

2017. május 20.

A feladatokat összeállította: Pintér Klára.
Lektorálta: Hillné Benkó Katalin, Konfár László.

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.