



47. TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKÁVERSENY

Országos döntő – 1. nap

ÖTÖDIK OSZTÁLY

Minden állításodat bizonyítanod kell. Csak akkor elegendő az eredmény pusztá közlése, ha a feladat szövegében szerepel, hogy „*nincs szükség indoklásra*”.

1. Anita, Viola, Szilárd és Dénes 4 különböző emeleten laknak egy 10 emeletes épületben: mindegyikük a 7., 8., 9., 10. emeletek valamelyikén. Amikor kérdeztem őket, ki melyiken lakik, Dénes válasz nélkül elfutott, a többiek pedig kicsit megtréfáltak. Ezeket állították:

Anita: „Én a hetediken, Dénes a nyolcadikon.”

Viola: „Én a kilencediken, Anita a nyolcadikon.”

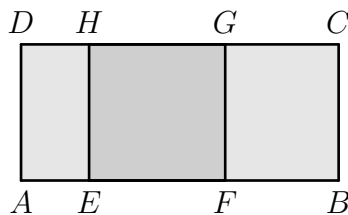
Szilárd: „Én a nyolcadikon, Viola a tizediken.”

Rémült arcomat látva nevetgélve hozzátették, mindegyiküknek pontosan az egyik kijelentése igaz. Vajon ki melyik emeleten lakik?

2. Van egy piros és egy zöld korongunk. A piros korong egyik oldalára a 2000 számot írtuk. A piros korong másik oldalára, és a zöld korong mindkét oldalára írhatunk egy-egy pozitív egész számot. Az a célunk, hogy a korongokat különböző oldalukkal az asztallapra helyezve, a felül látható két számot összeadva kaphassunk 2016-ot, 2017-et, 2018-at, illetve 2019-et is.

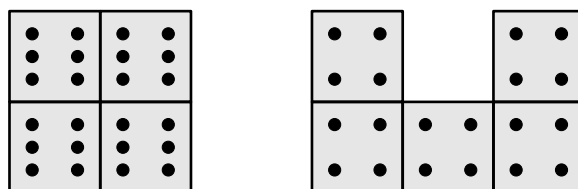
Milyen számokat írhatunk a korongok oldalaira? Adj meg minél több lehetőséget, és igazold, hogy a kívánt összegek megkaphatók! (Nincs szükség annak indoklására, hogy az általad felírt lehetőségeken kívül nincs több.)

3. Az $ABCD$ téglalap AB oldalán felvettük az E és F pontokat, CD oldalán pedig a G és H pontokat az ábra szerint. Tudjuk, hogy $EFGH$ négyszög egy négyzet, valamint azt, hogy az AF szakasz 63 cm, a CH szakasz 77 cm hosszú. Mennyi az $ABCD$ téglalap kerülete?



FOLYTATÁS A TÚLOLDALON!

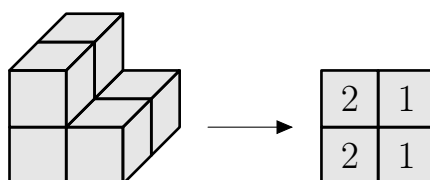
4. Tökéletesen egyforma szabályos dobókockákból építettünk egy nem feltétlen összefüggő építményt. (A szabályos dobókockán a szemközti lapokon mindig összesen 7 pötty van.) Az ábra mutatja, hogy mit látunk belőle oldalról, illetve előlről nézve.



Építményünk oldalról Építményünk előlről

Tudjuk azt is, hogy az építmény a lehető legkevesebb kocka felhasználásával építettük meg.

- (a) Adj meg egy lehetséges alaprajzot, és írd bele a mezőkbe, hogy ott hány kocka van egymáson, hasonlóan az alábbi ábrához!



Egy másik építmény és a hozzá tartozó alaprajz

- (b) A lehető legkevesebb dobókockából elkészített építményünk üvegasztalon áll. Alulról, felülről, előlről, hátulról, bal oldalról és jobb oldalról nézve egyaránt igaz, hogy az éppen látható lapok mindegyikén ugyanannyi pötty van. Hány pötty látható ebből a 6 irányból összesen?
5. Egy 4×4 -es táblázatot az itt látható módon kitöltöttünk számokkal. A táblázat bal felső sarkából indulva lépkedhetünk a táblázat mezőin, az alábbi szabályok szerint:

9	10	4	8
12	6	16	2
5	7	1	14
15	13	11	3

- mindig csak élszomszédos mezőre léphetünk
- egy mezőre csak egyszer szabad rálépni
- a sétának a jobb alsó sarokmezőben kell végződnie.

Legfeljebb mennyi lehet a séta során bejárt mezőkre írt számok összege?

Budapest, 2018. május 25.

A feladatokat összeállította: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Nagy Károl, Steller Gábor.

Lektorálta: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TMV-17-0114. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma és a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.