



## 47. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY ORSZÁGOS DÖNTŐ I. forduló

### Javítókulcs

#### 3. osztály

1. Zita kerékpárzárjának kódja egy háromjegyű szám. Bencének elárult annyit, hogy a kód legalább 400, de 700-nál kisebb. A szám 5-nek többszöröse és van két azonos számjegye. Hányadik próbálkozásra tudta Bence kinyitni a zárat, ha nem volt szerencséje, és az összes lehetőséget végig kellett próbálnia, mire kinyílt? Sorold fel az összes lehetőséget!

Megoldás:

A háromjegyű szám osztható 5-tel, ezért 0-ra vagy 5-re végződik.

1. eset: 0-ra végződik a szám

a) a két azonos számjegy a 0: 400; 500; 600.

b) a két azonos számjegy nem a 0, a százás és a tízes helyi értéken állnak: 440; 550; 660.

2. eset: 5-re végződik a szám

a) a két azonos számjegy az 5:

- mindhárom helyi értéken: 555

- az egyes és tízes helyi értéken: 455; 655

- az egyes és százás helyi értéken: 505; 515; 525; 535; 545; 565; 575; 585; 595.

b) a két azonos számjegy a százás és tízes helyi értéken nem az 5: 445; 665.

Összesen 20 szám. Ha a számszám az utolsóra nyílt ki, akkor az a 20. próbálkozás volt.

*A jó lehetőségek felsorolása rosszak nélkül 7 pont.*

*Ha a versenyző rossz lehetőségeket is felsorolt, akkor annyi ponttal kevesebbet kapjon, ahány feltételt nem vett figyelembe.*

2. Merlin, a varázsló legújabb varázslatát szeretné gyakorolni, ezért figyelmeztette 99 tanítványát, hogy csukják be a szemüket, mert még nem áll készen a varázslat arra, hogy lássák.

Minden fiú, és a lányok harmada becsukta a jobb szemét. Minden lány, és a fiúk harmada becsukta a bal szemét.

a) Hány tanítvány látta két szemmel a varázslatot?

b) Hány tanítvány látta legalább egy szemmel a varázslatot?

(Megoldásodat indokold!)

Megoldás:

Írjuk táblázatba az adatokat:

	Jobb szeme nyitva	Bal szeme nyitva
Fiú	-	2 harmad rész
Lány	2 harmad rész	-



A fiúk harmadának csukva van a bal szeme, így a 2 harmaduknak nyitva van a bal szeme.  
A lányok harmadának csukva van a jobb szeme, így a 2 harmaduknak nyitva van a jobb szeme.  
a) Minden tanítványnak csukva van legalább egyik szeme, így egyikük sem látta két szemmel a varázslatot.

b) Legalább egy szemmel a fiúknak és a lányoknak is a 2 harmad része látja a varázslatot, ez az összes tanítványnak is a 2 harmad része, azaz 66 tanítvány látta legalább egy szemmel a varázslatot.

a) részre a helyes válasz 2 pont.

b) részre a helyes válasz indoklással (táblázat) 5 pont.

3. Írj a 4x4-es táblázat minden kis négyzetébe egy-egy számot az 1, 2, 3, 4 számok közül úgy, hogy egyik sorban és egyik oszlopban se legyen két egyforma szám! Néhány helyen két négyzet közös oldalára egy körbe egy számot írtunk. Ez azt jelenti, hogy a két négyzetbe olyan számokat kell írjál, amelyek szorzata a körbe írt szám.

	3		3
12			2
		6	

Megoldás:

A 2. sor 2. négyzetébe olyan szám kerülhet, ami a 3-nak és a 12-nek is osztója. Mivel a táblázatba nem kerülhet 4-nél nagyobb szám, a 2. sor 2. négyzetébe csak a 3 kerülhet. Így az 1. sor 2. négyzetébe 1-et, a 2. sor 1. négyzetébe 4-et kell írni.

Hasonlóan a 2. sor 4. négyzetébe az 1, az 1. sor 4. négyzetébe a 3, a 3. sor 4. négyzetébe a 2 kerül.

Ezután a 4. sor 2. négyzetébe csak 2 kerülhet, mert a 2. oszlopban már van 2-es. Így a 4. sor 3. négyzetébe 3-at írunk.

A 2. és a 4. oszlopba beírjuk az egyetlen hiányzó számot a 4-et. Így a 4. sorból az 1 hiányzik.

Felhasználva, hogy egy sorban és egy oszlopban sem lehet ugyanaz a szám kétszer, az 1. sor 1. négyzetébe csak 2 lehet, így a 3. négyzetben csak 4. Ezután az 1. oszlopból csak a 3 hiányzik, a 2. sorból

a 2, a 3. sorból az 1.

Valóban minden oszlopban és minden sorban mind a négy különböző szám pontosan egyszer fordul elő.



2	1	4	3
4	<sup>3</sup> 3	2	<sup>3</sup> 1
3	4	1	<sup>2</sup> 2
1	2	<sup>3</sup> 6	4

A számok helyes beírása indoklás nélkül is 7 pont.

A szorzatoknak megfelelő 3, 3 és 2 négyzet helyes kitöltése egy-egy pontot ér, így ez 3 pont. Utána a sudoku helyes befejezése 4 pont.

4. Picur egy zacskó csokis cukorkát ad Gombóc Artúrnak. A zacskóban a cukorkák egyforma alakúak és méretűek, de a belsejük vegyesen mogyorós, mazsolás és zselés.

Picur azt mondja Gombóc Artúrnak:

„Ahhoz, hogy biztosan legyen legalább egy zselés cukorkád, legkevesebb 32 cukrot kell egyszerre kivenned. Ahhoz, hogy biztosan legyen legalább egy mogyorós cukorkád, legkevesebb 35 cukrot kell egyszerre kivenned. Ahhoz, hogy biztosan legyen legalább egy mazsolás cukorkád, legkevesebb 28 cukrot kell egyszerre kivenned.”

Hány zselés, hány mogyorós és hány mazsolás cukorka van a zacskóban? (Megoldásodat indokold!)

Megoldás:

Mivel legkevesebb 32 draszt kell kivenni, hogy biztosan legyen köztük zselés, ezért nem zselés, azaz mogyorós vagy mazsolás drasztból 31 darab van.

Ugyanígy legkevesebb 35 draszt kell kivenni, hogy biztosan legyen köztük mogyorós, ezért nem mogyorós, azaz zselés vagy mazsolás drasztból 34 darab van.

Továbbá legkevesebb 28 draszt kell kivenni, hogy biztosan legyen köztük mazsolás, ezért nem mazsolás, azaz mogyorós vagy zselés drasztból 27 darab van.

3 pont

Így a zselés, mogyorós és mazsolás draszték száma összegének 2-szerese  $31 + 34 + 27 = 92$ , azaz az összesen  $92 : 2 = 46$  draszté van a zacskóban.

2 pont

A zselések száma  $46 - 31 = 15$ .

A mogyorósak száma  $46 - 34 = 12$ .

A mazsolások száma  $46 - 27 = 19$ .

1 pont

Ellenőrzés:  $15 + 12 + 19 = 46$ .

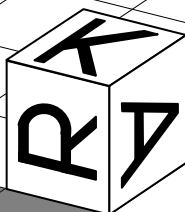
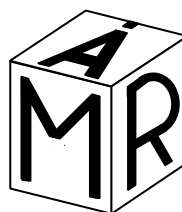
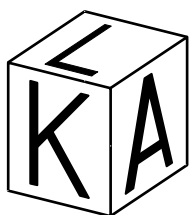
1 pont

Tehát 15 zselés, 12 mogyorós és 19 mazsolás draszté van a zacskóban.

A helyes megoldás indoklással együtt 7 pont.

Ha a versenyző csak választ írt indoklás nélkül ellenőrzéssel, akkor 4 pontot kapjon.

5. Az ábrán egy kockát látunk három különböző nézetből. A kockát rátettük egy négyzetrácsra az ábrán látható módon. A négyzetrácson álló kockát a szürke négyzeteken görgetjük úgy, hogy egy gördítés során egy élén átfordítva egy szomszédos négyzetre kerül a kocka. A görgetés során mindig leírjuk a kocka felső lapján látható betűt. Írd le, hogy a K betű után mely betűket írjuk fel az öt gördítés során!



Megoldás:

A rácson álló kockán az A-val szemben az Á, a K-val szemben az M, az R-rel szemben az L betű áll. A kocka felső lapján sorban a KLAMRÁ betűk láthatók.

A helyes megoldás 7 pont.

Hiányos megoldás esetén a versenyző annyi pontot kapjon, ahány betűt az elejétől helyesen megtalált.