



48. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVESENY

Megyei forduló

NEGYEDIK OSZTÁLY

JAVÍTÓKULCS

1. Nagyapó a két fiával és az öt unokájával kirándulni ment. Találkoztak Nagyapó egy régi barátjával, akinek az unokák a következőket mondták:
- Anna: A fiútestvérem megnyerte a megyei sakkversenyt.
Barnabás: Az egyik lánytestvérem úszni jár, de nem zenél.
Csaba: Nincs fiútestvérem.
Petra: Nincs lánytestvérem.
Ágnes: A lánytestvérem hegedül.
- Tudjuk, hogy Nagyapónak nincs lánya, és a gyerekek mindig igazat mondanak.
Írd le, hogy ki kinek a testvére! Ki úszik, ki sakkozik és ki hegedül?

Megoldás:

Nagyapónak két fia van, nincs lánya, ezért az unokái két családból jöhetnek. Mivel van olyan lány unokája, akinek nincs lánytestvére, és 3 lány van, ezért mindkét fiának van gyereke, mind az öt gyerek nem testvére egymásnak.
Csabának nincs fiútestvére, ezért Barnabás és Csaba két különböző családba tartozik.
Mivel Barnabás egyik lánytestvére úszik, azért van neki másik lánytestvére is. Petrának nincs lánytestvére, ezért ő Csaba testvére, Ágnes és Anna pedig Barnabás testvére.
Így az egyik család: Barnabás, Ágnes és Anna; a másik: Csaba és Petra.
Anna fiútestvére sakkozik, így Barnabás sakkozik.
Ágnes lánytestvére, Anna hegedül.
Barnabás lánytestvére, aki nem zenél, az úszik, ezért Ágnes úszik.

A teljes megoldás 7 pont.

A két család helyes felírása 4 pont, a sakkozó, hegedülő, úszó helyes megállapítása 1-1 pont.

2. Gellért betűket árul, az ábécé minden betűjéhez tartozik egy szám, ez a betű ára. Egy szó ára a szót alkotó betűk árának összege. Mennyibe kerül a KALMÁR szó, ha az alábbiakat tudjuk:

MÁR=27
ALKAR=37
MAR=29
ÁR=17

Írd le a megoldásod menetét!



Megoldás:

Mivel a MÁR 10-zel drágább az ÁR-nál, ezért az $M=10$.

A MÁR 2-vel olcsóbb a MAR-nál, ezért az Á 2-vel olcsóbb az A-nál.

$KALMAR = ALKAR + M = 37 + 10 = 47$.

Megkapjuk a KALMÁR-t, ha a KALMAR-ban egy A-t Á-ra cserélünk, ezzel 2-vel csökken az ára, azaz $KALMÁR = 47 - 2 = 45$.

A teljes megoldás 7 pont.

Ha a versenyző helyes megállapításokat tett, azokra kapjon pontot akkor is, ha nem találta meg a végső megoldást.

3. Az alábbi 4×4 -es táblázat minden kis négyzetébe írj egy-egy számot az 1; 2; 3 és 4 számok közül úgy, hogy egy sorban ne legyen két egyforma szám és egy oszlopban se legyen két egyforma szám. A vastag vonallal határolt négyzetekből álló mezőbe írt számokkal a mező bal felső sarkába írt műveletet végrehajtva a műveleti jel mellé írt számot kell kapnunk eredményül. Például ha az L alakú, három kis négyzetből álló mező bal felső sarkában a +5-öt látod, akkor a művelet az összeadás és az eredmény az 5, így akkor a négyzetekben valamilyen sorrendben az 1, 2, 2 vagy az 1, 1, 3 számok vannak, hiszen $1+2+2=5$ és $1+1+3=5$. Ha a művelet kivonás vagy osztás, akkor te döntheted el, hogy milyen sorrendben végzed el a műveletet a négyzetekbe írt számokkal.

Írd be a számokat a táblázatba! (Egy négyzetbe már beírtuk a megfelelő számot. Azokba a négyzetekbe is írj számot, amelyekbe a műveletet írtuk!)

| | | | |
|------|------|-----|----------|
| x 16 | | + 7 | |
| - 2 | | | 4 |
| | x 12 | : 2 | |
| | | : 2 | |

Megoldás:

A táblázat helyes kitöltése:

| | | | | | | |
|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| x 16 | 2 | 4 | 1 | 3 | | |
| - 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| | 3 | x 12 | 1 | : 2 | 4 | 2 |
| | 4 | 3 | : 2 | 2 | 1 | |

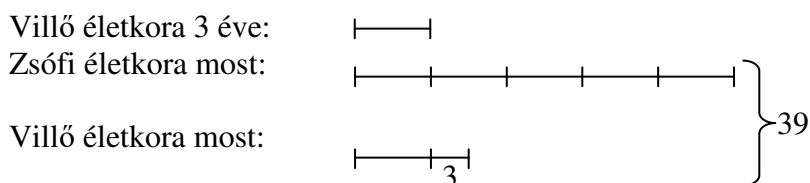
A táblázat helyes kitöltése 7 pont. Ha nincs meg a teljes megoldás, vastagon bekeretezett részek helyes kitöltéséért részenként 1-1 pont adható.



4. Zsófi éveinek száma most ötször annyi, mint amennyi Villó éveinek száma volt 3 évvel ezelőtt. Életkoruk összege most 39 év. Hány év múlva lesz Zsófi kétszer olyan idős, mint Villó? Megoldásodat indokold!

Megoldás:

Ábrázoljuk szakaszokkal Villó és Zsófi éveinek számát!

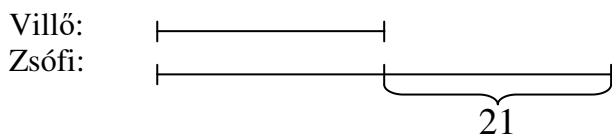


Látható, hogy 6 egyforma szakasz és még 3 év összesen 39 év, ezért a 6 egyforma szakasz $39 - 3 = 36$ év, így egy szakasz $36 : 6 = 6$ év.

Tehát Villó 3 éve 6 éves volt, ezért Zsófi most $5 \cdot 6 = 30$ éves, Villó pedig $6 + 3 = 9$ éves.

Ellenőrzés: Zsófi és Villó életkorának összege: $30 + 9 = 39$.

Rajzoljuk le szakaszokkal Villó és Zsófi életkorát akkor, amikor Zsófi kétszer annyi idős, mint Villó!



Zsófi és Villó életkorának különbsége $30 - 9 = 21$ év. Így Zsófi akkor lesz kétszer annyi idős, mint Villó, amikor $2 \cdot 21 = 42$ éves lesz, Villó pedig 21.

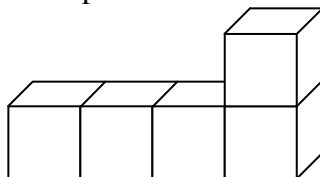
Tehát Zsófi $42 - 30 = 12$ év múlva lesz kétszer annyi idős, mint Villó.

A teljes megoldás indoklással 7 pont.

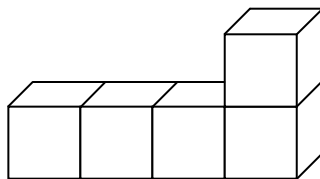
Ha a versenyző csak a helyes választ írta le indoklás nélkül, de ellenőrzéssel, akkor 4 pontot kaphat.

5. Gabi kedvenc játékában olyan dobókockák vannak, amelyek hat lapján az 1; 2; 2; 3; 3 és 4 számok vannak. Két azonos szám nincsen szomszédos lapon (azaz nincs két olyan lapon, amelyeknek van közös éle). Öt ilyen kockából Gabi az ábrán látható testet ragasztotta össze, majd összeadta a lapokon látható számokat.

- a) Melyik a legkisebb szám, amit Gabi kaphatott?



- b) Melyik a legnagyobb szám, amit Gabi kaphatott?



Megoldás:

A kocka két szemközti lapján 2-es, két szemközti lapján 3-as, két szemközti lapján 1-es és 4-es van. A kockán a számok összege 15.

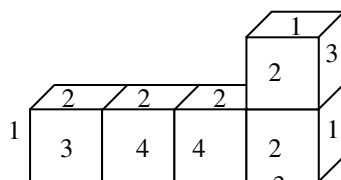
a) A legkisebb összeg eléréséhez a legnagyobb számokat kell letakarni.

Az L alak két szárának végén egy-egy számot tudunk letakarni, ez a 4-es, így ezeken a kockákon az összeg legalább $15 - 4 = 11$.

Az L alak csúcsánál két szomszédos lapot tudunk eldugni, ezek a 3 és a 4, így ezen a kockán legalább $15 - 3 - 4 = 8$ az összeg.

Az L alak hosszabb szárán a két középső kockán két szemközti lapot tudunk letakarni, ezért a legnagyobb letakarható számok a két 3-as, így ezeken a kockákon legalább $15 - 6 = 9$ az összeg.

Így a legkisebb szám, amit Gabi kaphatott a $2 \cdot 11 + 8 + 2 \cdot 9 = 48$.



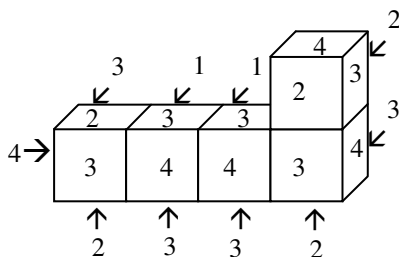
b) A legnagyobb összeg eléréséhez a legkisebb számokat kell letakarni.

Az L alak két szárának végén egy-egy számot tudunk letakarni, ez az 1-es, így ezeken a kockákon az összeg legfeljebb $15 - 1 = 14$.

Az L alak csúcsánál két szomszédos lapot tudunk eldugni, ezek az 1 és a 2, így ezen a kockán legfeljebb $15 - 1 - 2 = 12$ az összeg.

Az L alak hosszabb szárán a két középső kockán két szemközti lapot tudunk letakarni, ezért a legkisebb letakarható számok a két 2-es, így ezeken a kockákon legfeljebb $15 - 4 = 11$ az összeg.

Így a legnagyobb szám, amit Gabi kaphatott a $2 \cdot 14 + 12 + 2 \cdot 11 = 62$.



A helyes megoldás összesen 7 pont.

A kockán a szemközti lapok helyes megállapítása 1pont, a legkisebb összeg 3 pont, a legnagyobb összeg is 3 pont.