



49. TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKÁVERSENY

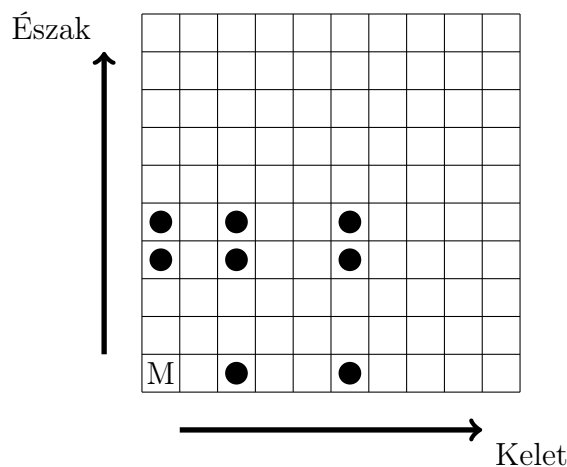
Országos döntő – 2020. november 6.

HETEDIK OSZTÁLY

Minden állításodat bizonyítanod kell. Csak akkor elegendő az eredmény pusztá közlése, ha a feladat szövegében szerepel, hogy „*nincs szükség indoklásra*”.

1. A Százmezős Pagony az ábra szerint (balra lent) fel van osztva 10×10 mezőre. A délnyugati sarokmezőben lakik egy varázsmánó, a többi 99 mezőben egy-egy kincs van, melyek közül a manó szeretne minél többet összegyűjteni. Délelőttönként nyugatról fúj a szél, ilyenkor léghajójával 2 vagy 5 mezővel keletebbre tud leszállni. Délutánonként déli irányból fúj a szél, ha ilyenkor száll fel, akkor léghajójával 3 vagy 4 mezővel északabbra tud eljutni. Nem kell mindkét napszakban felszállnia. (Az ábrán bejelöltük azt a nyolc mezőt, ahová egy nap alatt el tud jutni). A varázsmánó léghajóval nyugati vagy déli irányba nem tud utazni, de ha néhány napnyi utazás után csettint egyet, akkor egyből visszakerül (a léghajójával együtt) a bal alsó mezőbe.

Legfeljebb hány kincset tud a manó így összegyűjteni?



2. Egy háromszög egy magasságvonalát *nagyranőttnek* nevezzük, ha legalább 10 cm hosszú. Mi egy olyan háromszög területének legkisebb lehetséges értéke, amelynek két nagyranőtt magasságvonala is van?

FOLYTATÁS A TÚLOLDALON!

3. Egy órának három mutatója van (kis-, nagy- és másodpercmutató), amelyek folyamatosan járnak. Az órában lévő elem kezd lemerülni, ezért az óra lelassul, ha valamelyik mutatója emelkedik. Ha csak egy mutató emelkedik, akkor az óra az eredeti sebességének felével jár, ha két mutató emelkedik, akkor az eredeti sebesség negyedével jár, ha pedig mindhárom mutató emelkedik, akkor az eredeti sebesség nyolcadával jár az óra. (Egy mutató akkor emelkedik, ha a hatost már elhagyta, de a tizenkettest még nem érte el.)

Kezdetben mindhárom mutató legfelül, a tizenkettesen áll. Legkorábban hány óra múlva áll elő újra ugyanez a helyzet?

4. Öt különböző pozitív egész számot *ördögi ötös*nek nevezünk, ha igaz rájuk a következő tulajdonság: akárhogy is választunk ki az öt szám közül kettőt, ezek szorzata mindig osztója a maradék három szám szorzatának. Adj meg egy ördögi ötöst úgy, hogy abban a legnagyobb szám a lehető legkisebb legyen!

Megoldásként elegendő egy jó ördögi ötöst megadni, nem kell szövegesen indokolnod, hogy tényleg ördögi ötöst alkotnak. Azonban javasoljuk, hogy magadnak alaposan ellenőrizd az oszthatósági feltétel teljesülését, mert csak valódi ördögi ötösre kaphatsz pontokat.

Minél kisebb az ördögi ötös legnagyobb száma, annál több pontot érhet a megoldásod. Nincs szükség annak indoklására, hogy a legnagyobb szám értéke tovább már nem csökkenthető.

5. A főnök munkája során négy dossziét használ, melyeket A, B, C és D jelöl. A főnöknek van egy íróasztala, melynek egy fiókja van. A nap kezdetén a dossziék közül néhány a fiókban, néhány pedig az asztalon van egymáson. (Az íróasztalon és a fiókban a négy dosszién kívül nincs semmi.) A dossziékat csak a főnök titkárnője mozgathatja. Amikor a főnök kimondja valamelyik dosszié nevét, akkor a titkárnő a következőt teszi azzal a dossziéval:

- ha a dosszié nem legfelül van az íróasztalon vagy a fiókban van, akkor ezt a dossziét az íróasztalon legfelülre helyezi,
- ha pedig a dosszié az íróasztalon legfelül van, akkor beteszi a dossziét a fiókba.

A főnök azt szereti, ha a nap végén mindegyik dosszié a fiókban van. Ehhez szeretne egy olyan betűsorozatot kitalálni, melyet végigmondva az összes dosszié a fiókba kerül, függetlenül attól, hogy kezdetben hogy voltak elrendezve a dossziék. Létezik-e ilyen betűsorozat?

A feladatokat összeállította: Gyenes Zoltán, Hujter Bálint, Nagy Kartal, Sándor András.

Lektorálta: Erben Péter, Steller Gábor.

Az NTP-TMV-19-0019. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma és a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.