



**42. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVESENY**  
**ORSZÁGOS DÖNTŐ 1. nap**

**HARMADIK OSZTÁLY JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ**

**Minden feladat teljes megoldása 7 pont**

1. *Macska mamának 7 kiscicája van: egy fehér, egy szürke, egy vörös, egy szürke-fehér, egy szürke-vörös, egy fehér-vörös és egy szürke-fehér-vörös. Hányféleképpen vihet el macska mama 4 kiscicát egerészni úgy, hogy közülük bármelyik kettőnek legyen közös színe?*

**Megoldás:**

A fehér cica csak úgy mehet egerészni, ha mindegyik másik cicán is van fehér szín. Rajta kívül 3 ilyen cica van: a szürke-fehér, a fehér-vörös és a szürke-fehér-vörös. Ez 1 lehetőség a 4 megfelelő cica választására.

Ugyanígy 1 lehetőség van, ha a szürke megy egerészni, és 1, ha a vörös.

Ha nem megy se a fehér, se a szürke, se a vörös, akkor 4 cica marad, amelyeknek páronként van közös színe, így mehetnek együtt egerészni. Ez is 1 lehetőség.

Összesen 4-féleképpen viheti el macska mama 4 kiscicáját egerészni.

2. *Micimackó, Bagoly, Nyuszi és Malacka együtt 70 banánt evett meg. Mindenki egész számú banánt evett, és mindenki evett legalább egyet. Micimackó evett a legtöbbet, senki sem evett annyit, mint ő. Bagoly és Nyuszi együtt 45 banánt fogyasztott. Hány banánt evett Malacka? Válaszodat indokold!*

**Megoldás:**

Bagoly és Nyuszi együtt 45 banánt evett, így Micimackónak és Malackának összesen 25 maradt. Malacka legalább egy banánt evett, így Micimackó legfeljebb 24-et.

Micimackó ette a legtöbb banánt ezért Bagoly és Nyuszi is 24-nél kevesebbet kellett egyen. Mivel együtt 45 banánt ettek, ez csak úgy lehetséges, ha egyikük 23, a másik pedig 22 banánt evett.

Ezért Micimackónak 23-nál több banánt kellett enni, tehát csak 24-et ehetett.



Így Malackának csak 1 banán jutott.

3. *Hányféle olyan háromjegyű számot rakhatunk ki az ábrán látható számkártyákból, amelyekben a szomszédos számjegyek eltérése legfeljebb 2? Sorold fel ezeket a számokat!*



### Megoldás:

A szomszédos számjegyek eltérése 0; 1 vagy 2 lehet, így a 9 mellett csak a 8 állhat, az 5 mellett csak a 6. A 6 mellett az 5 vagy a 8 és a 8 mellett a 9, a 8 vagy a 6.

Ez alapján százasonként növekvő sorrendben a háromjegyű számok:

568;

688; 689;

865; 868; 886; 889; 898;

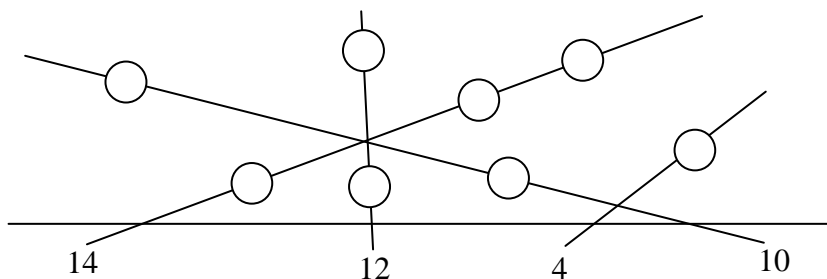
986; 988.

Tehát 10-féle háromjegyű számot rakhatunk ki.

A számokat másképp is rendszerezhetjük, a lehetőségeket gráffal ábrázolhatjuk.

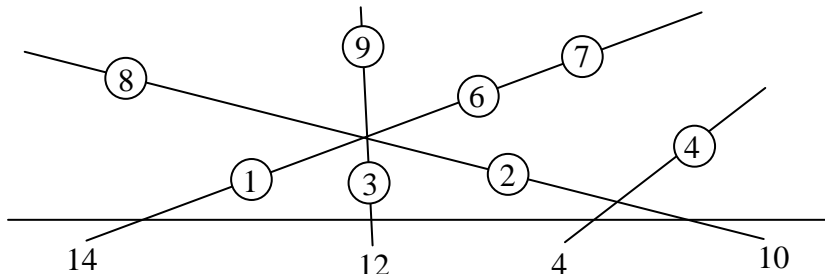
4. *Az ábra körei mögé elrejtettünk nyolc számot az 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 és 9 számok közül. Ezután egyeneseket húztunk a körökön át, és mindegyik egyeneshez odaírtuk azoknak a számoknak az összegét, amelyeken ez az egyenes átmegy.*

- a) *Melyik az a szám, amelyiket egyik körbe sem írtuk?*  
b) *Írd be a számokat a körökbe az adott összegeknek megfelelően!*





## Megoldás:



a) A számok összege 1-től 9-ig 45. Az egyenesekhez írt számok összege  $14+12+4+10=40$ . Ebben az összegben minden körbe írt szám pontosan egyszer szerepel, így a kimaradt szám a  $45 - 40 = 5$ .

b) A 4-es egyenesen egy kör van, így ebbe csak a 4-es kerülhet.

Ezután a 12 csak  $3+9$  lehet ( $6+6$ -ban két 6-os van,  $5+7$ -hez nincs 5-ös,  $4+8$ -ból elhasználtuk a 4-est).

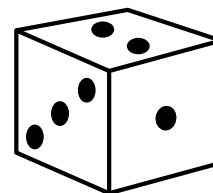
A 10-es egyenesre csak a  $2+8$  kerülhet ( $1+9$ -ből hiányzik a 9,  $3+7$ -ből a 3,  $4+6$ -ból a 4,  $5+5$  nem lehet).

A 14-es egyenesre az 1; 6 és 7 számok maradnak, ezek összege valóban 14.

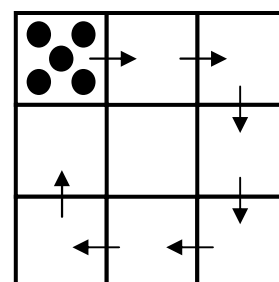
Az ábrán egy lehetséges megoldás látható, egy egyenes mentén a számok felcserélhetők!

5. Az ábrán látható szabályos dobókocka szemközti lapjain levő pöttyök számának összege 7.

a) A kockát letesszük az asztalra a 6-os lapjára. A kockát egy, az asztalon levő élén görgetjük, így a 6-os helyett egy, a 6-ossal szomszédos lapon fog állni. Hány pötty lehet a kocka felső lapján egy gördítés után?



b) A kockát rátettük az alábbi ábrára úgy, hogy az 5-ös lapja van felül, majd az ábrán látható útvonalon hétszer gördítjük. A görgetés során összeadjuk a kocka felső lapján látható pöttyök számát.





*Mi lesz a görgetés során felül látható nyolc szám összegének lehetséges legnagyobb értéke, és mi lesz a lehetséges legkisebb értéke?*

## Megoldás:

a) A 6-os lap bármely szomszédja lehet felül, ezek a 2; 5; 3 és 4.

b) A négyzet jobb felső és bal alsó csúcsában mindenképpen a 2-es, jobb alsó csúcsában az 5-ös szám lesz a kocka felső lapján. Az oldalak közepén pedig az 5-ös lap szomszédai.

Ha az első gördítés után a 6-os áll felül, a következő gördítés után a 2-es. Ekkor a kocka úgy áll, hogy felül a 2, jobbra a 6, balra az 1, így hátrafele néz a 3-as lap, így a következő gördítés után az lesz felül. Folytatva a görgetést alul középen újra 6-os, baloldalt középen 3-as áll felül. Az összeg:  $5+6+2+3+5+6+2+3=32$ .

Ha az első gördítés után az 1-es áll felül, akkor a kocka kezdeti állapota az előző  $180^\circ$ -os elforgatottja, így jobboldalt középen 4-es áll, az összeg:  $5+1+2+4+5+1+2+4=24$ .

Ha az első gördítés után a 4-es áll felül, a következő gördítés után a 2-es. Ekkor a kocka úgy áll, hogy felül a 2, jobbra a 4, balra a 3, így hátrafele néz a 6-os lap, tehát a következő gördítés után az lesz felül. Folytatva a görgetést alul középen újra 4-es, baloldalt középen 6-os áll felül. Az összeg:  $5+4+2+6+5+4+2+6=34$ .

Ha az első gördítés után a 3-as áll felül, akkor a kocka kezdeti állapota az előző  $180^\circ$ -os elforgatottja, így jobboldalt középen 1-es áll, az összeg:  $5+3+2+1+5+3+2+1=22$ .

Így az összeg lehetséges legnagyobb értéke 34, a legkisebb 22.

Másképp: Észre lehet venni, hogy a görgetés során az 5-ösön és a 2-esen kívül azok a lapok látszanak (mindegyik kétszer), amelyek kezdetben a kocka baloldalán és hátulján vannak. Az ezeken levő számok összege akkor a legnagyobb, ha ezek a 6 és a 4, és akkor a legkisebb, ha az 1 és a 3. Az összegek az előző megoldás szerint 34 és 22.

Érdekessége a megoldásnak, hogy ha valaki úgy keresi a legnagyobb értéket, hogy elsőre a legnagyobb szám álljon felül, akkor nem a maximumot találja meg.