



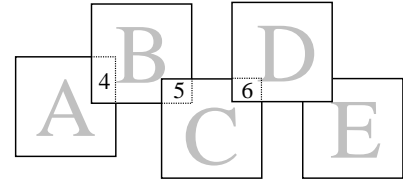
Kalmár László (matematikus)

43. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVESENÝ
MEGYEI FORDULÓ

HARMADIK OSZTÁLY JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

Minden feladat helyes megoldása 7 pontot ér.

1. Bence talált öt négyzetet, amelyek egyik oldalán az A , B , C , D és E betűk voltak. A négyzetek hátoldalára az 1; 2; 3; 4 és 5 számokat írta valamilyen sorrendben. A négyzeteket visszafordította, és néhány részbe, amelyeket két négyzet fed, beírta a két négyzet hátoldalán levő számok összegét (lásd az ábrát).



Melyik négyzet hátoldalán melyik szám áll? Írd le négyzetek betűjelét és a négyzet hátoldalára írt számot!

1. megoldás: Az öt négyzetre írt számok összege: $1+2+3+4+5=15$. Az A és a B összege 4, a C és D összege 6, így az E-re írt szám a $15 - 4 - 6 = 5$. 2 pont

Így az A, B, C és D négyzeteken az 1; 2; 3 és 4 számok vannak.

C és D összege 6 csak úgy lehet, ha az egyik négyzeten 2, a másikon 4 van. 1 pont

B és C összege 5 és A és B összege 4.

Ezt felhasználva, ha $C=2$, akkor $B=5 - 2 = 3$ és $A=4 - 3 = 1$. 2 pont

Másik lehetőség, ha $C=4$, akkor $B=5 - 4 = 1$ és $A = 4 - 1 = 3$. 1 pont

Tehát két megoldás van, az egyik $A=1$, $B=3$, $C=2$, $D=4$ és $E=5$.

A másik $A=3$, $B=1$, $C=4$, $D=2$ és $E=5$. 1 pont

Összesen 7 pont.

Ha csak az egyik megoldást találta meg, és próbált indokolni, akkor 5 pontot, ha nem indokolt, akkor 3 pontot kapjon. Ha mindkét megoldást megtalálta, de nem indokolt, akkor 6 pontot kapjon.



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

2. megoldás:

Az A és B összege csak úgy lehet 4, ha az egyik hátoldalán 1, a másikén 3 van. 2 pont

Ha $A=1$, és $B=3$, akkor $B+C=5$ miatt $C=5 - 3 = 2$. 1 pont

Majd $C+D=6$ miatt $D=6 - 2 = 4$. 1 pont

Kimaradt az 5, így $E=5$, és mind az öt szám szerepel egyszer. 1 pont

Ha $A=3$, és $B=1$, akkor $B+C=5$ miatt $C=5 - 1 = 4$.

Majd $C+D=6$ miatt $D=6 - 4 = 2$.

Kimaradt az 5, így $E=5$, és mind az öt szám szerepel egyszer. 1 pont

Tehát két megoldás van, az egyik

$A=1$, $B=3$, $C=2$, $D=4$ és $E=5$.

A másik $A=3$, $B=1$, $C=4$, $D=2$ és $E=5$. 1 pont

Összesen 7 pont.

2. *Egy alma és egy barack együtt könnyebb, mint két alma. Egy körte, egy barack és egy alma együtt nehezebb, mint két körte és egy barack. Két körte nehezebb, mint egy alma és egy barack. Rakjuk tömegük szerint növekvő sorrendbe a gyümölcsöket!*

Megoldás: Képzeljük egy mérleg két serpenyőjébe a gyümölcsöket! Egy alma és egy barack nehezebb, mint két alma, a baloldali serpenyő lent van, a jobboldali fent. Ha mindkét serpenyőből elveszünk egy-egy almát, akkor a serpenyők állása nem változik, azaz egy barack könnyebb, mint egy alma. 2 pont

Egy körte, egy barack és egy alma nehezebb, mint két körte és egy barack, a baloldali serpenyő lent van, a jobboldali fent. Ekkor mindkét serpenyőből elveszünk egy körtét és egy barackot, így a serpenyők állása nem változik, azt kapjuk, hogy egy alma nehezebb, mint egy körte. 2 pont

Tehát az alma a legnehezebb.



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

Az alma nehezebb a körténél, így két körte csak úgy lehet nehezebb egy almánál és egy baracknál, ha a körte nehezebb a baracknál.

2 pont

Tehát a gyümölcsök tömegének növekvő sorrendje:

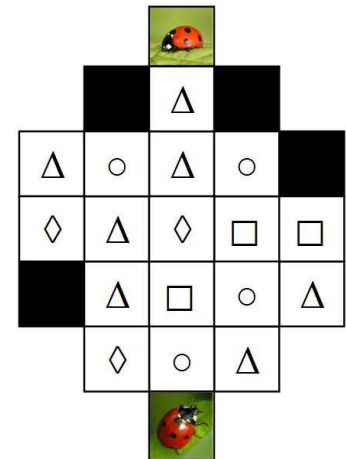
Barack < körte < alma

1 pont.

Összesen 7 pont.

A helyes válasz indoklás nélkül 4 pont.

3. Az ábra alsó négyzetében lakó katica meg akarja látogatni a felső négyzetben lakó barátját a formák mezéjén át. Minden forma egy irányt jelöl, amelyik irányba abból a négyzetből egy szomszédos mezőbe továbbléphet a katica lefele, felfele, balra vagy jobbra. Különböző formák különböző irányokat jelölnek. A fekete mezők veszélyt jelentenek, azokba nem léphet. Melyik forma melyik irányt jelölje, hogy az alsó katica eljuthasson abba a négyzetbe, amelyben a felső katica van? (A katica először a \circ -t tartalmazó négyzetbe lép.)



Megoldás:

A felső katicát egy felfele lépéssel érheti el, ezért a Δ a felfele (\uparrow) lépést jelenti. 2 pont

Így az első (alsó) sorból a Δ -ről lép a második sorba, vagyis a \circ -ról a Δ -re kell lépni, ezért a

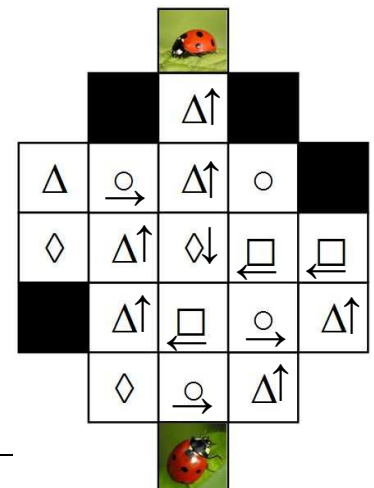
\circ a jobbra (\rightarrow) lépést jelenti. 2 pont

A második sorból így a harmadik sor jobb szélső mezőjére jut a katica, ahonnan csak balra haladhat, így \square a balra (\leftarrow) lépést jelenti.

1 pont

Ezek után a \diamond csak a lefele (\downarrow) lépés lehet. 1 pont

Ezekkel a lépésekkel az alsó katica valóban eljut a felső négyzetben lakó barátjához (lásd ábra). 1 pont





TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

Összesen 7 pont.

Ha a versenyző jól felírja, hogy melyik jel melyik lépést jelenti, és berajzolja a katica útvonalát, de nem indokolja, hogy csak ezek a lépések lehetnek, akkor 5 pontot kapjon.

Az útvonal bejelölése és indoklás nélkül a helyes válasz 4 pontot ér.

4. Margó tyúkóljában tyúkok, kacsák és pókok vannak. Az állatoknak összesen 7 csőre és 30 lába van, amelyek közül 10 úszóláb. Hány tyúk, hány kacsa és hány pók van a tyúkólban (ha egy póknak 8 lába van)?

Megoldás: A 10 úszóláb 5 kacsát jelent. 1 pont

Ezeknek 5 csőre van. Így $7 - 5 = 2$ csőr marad, azaz 2 tyúk van. 2 pont

Ezeknek 4 lába van összesen, így $30 - 10 - 4 = 16$ láb marad a pókoknak. 1 pont

Egy póknak 8 lába van, tehát 16 lába $16 : 8 = 2$ póknak van. 1 pont

Ellenőrzés: 5 kacsának, 2 tyúknak és 2 póknak 10 úszólába, $5 + 2 = 7$ csőre és $7 \cdot 2 + 2 \cdot 8 = 30$ lába van. 1 pont

Tehát 5 kacsa, 2 tyúk és 2 pók van a tyúkólban. 1 pont

Összesen 7 pont.

Ha a versenyző csak a választ és az ellenőrzést írja le, akkor 4 pontot kaphat.

Ha a versenyző próbálgat, és az összes lehetőséget leírva kapja meg a helyes választ, akkor is 7 pont.

5. Tíz dominót egy 4×5 -ös táblára rakunk le úgy, hogy mind a 4 sorban ugyanannyi legyen a pöttyök számának összege, és mind az 5 oszlopban is ugyanannyi legyen az összeg. Néhány dominót már leraktunk. Helyezd el az alábbi dominókat a táblán!

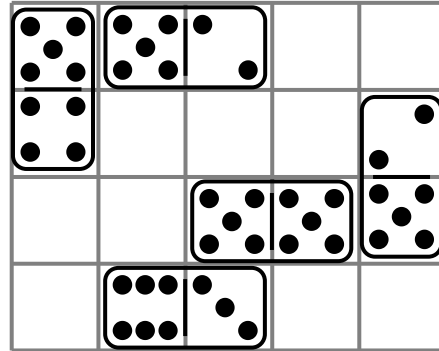
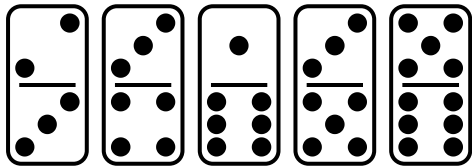


TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)



Megoldás:

Számoljuk össze a dominókon levő pöttyöket!

$5+7+7+8+11+9+7+7+10+9=80$. Így egy sorban $80:4=20$, és egy oszlopban $80:5=16$ a pöttyök számának összege.

3 pont

A 3. oszlop összege úgy lesz 16, ha a 2. négyzetbe 6 pötty kerül.

1 pont

A 2. oszlopba egy álló dominó kerül, amelyen összesen 5 pötty van, ez csak a (2;3) dominó. Így a 2. oszlop 2. négyzetébe 2 vagy 3 kerül. Ha itt 2 van, akkor a 4. oszlop 2. négyzetébe 6-nak kellene kerülni, de ahhoz kellene egy (6;6)-os dominó, hogy a 2. sor összege 20 legyen.

Ilyen nincsen, ezért a 2. oszlop 2. négyzetébe 3 kerül, alá a 2, és a 4. oszlop 2. négyzetében 5 van.

1 pont

Ezután a harmadik sor első négyzetébe 3 kerül. Az első oszlopban álló dominón a pöttyök összege $16 - 9 = 7$, így az első oszlop 4. négyzetében 4 pötty van.

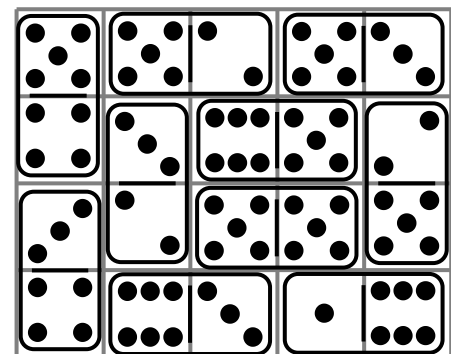
1 pont

Az első sorban eddig 12 az összeg, így ide az a dominó kerül, amin 8 pötty van, a 4. sorba pedig az (1;6)-os dominó. Ezeket csak úgy lehet jól elhelyezni, ha az első sor 4. négyzetében 5 pötty van, a 4. sor 4. négyzetében 1 pötty van.

1 pont

Összesen 7 pont.

A helyesen kitöltött táblázat indoklás nélkül 5 pontot ér.





TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

Ha a versenyző jól magyarázza a dominók helyét, akár a fentitől eltérő módon, akkor kapja meg a *7 pontot!*

Ha a táblázat kitöltése nem sikerült teljesen, akkor helyesen beírt dominónként *1 pontot* kapjon a versenyző.

Budapest, 2014. március 22.