



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

44. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

ORSZÁGOS DÖNTŐ 2. forduló

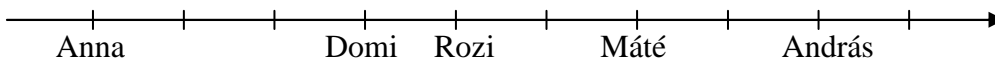
HARMADIK OSZTÁLY JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

1. Egy családban öt gyerek van, az életkorukról a következőket árulták el: Máté 3 évvel idősebb Dominál. Anna 4 évvel fiatalabb Rozinál. Domi 5 évvel fiatalabb Andrásnál és 3 évvel idősebb Annánál.

- a) Hány év a korkülönbség a legidősebb és a legfiatalabb gyerek között?
b) Melyik két gyerek között van 1 év korkülönbség?

Megoldás:

A gyerekek életkorát számegyenesen ábrázoljuk egymáshoz képest, egy szakasz egy évet jelent.



Először jelöljük Domit és Mátét úgy, hogy Domi 3 évvel fiatalabb Máténál.

Folytassuk Domival, aki 5 évvel fiatalabb Andrásnál, és 3 évvel idősebb Annánál, ez alapján jelöljük Andrást és Annát.

Végül Annánál 4 évvel idősebb Rozi, aki így 1 évvel idősebb Dominál.

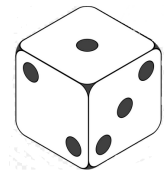
Tehát a legfiatalabb Annánál 8 évvel idősebb András, aki a legidősebb.

Domi és Rozi között van pontosan 1 év korkülönbség.

4 pont

3 pont

2. Egy szabályos dobókockát megmutatunk sorban egymás után négy gyereknek, akik a kockának egyszerre 3-3 lapját látják, amelyeken levő pöttyöket összeszámolják. Bori 7 pöttyöt lát összesen, Csilla 10 pöttyöt, Kinga 15-öt, Luca pedig 12-t. Hány pötty van azon a lapon, amelyet egyikük sem lát? (A szabályos dobókocka lapjai 1-6-ig pöttyözöttek, és a szemközti lapokon levő pöttyök számának összege 7.)



Megoldás:

Ha valaki egyszerre 3 lapját látja a kockának, akkor két szemközti lapot nem láthat egyszerre. A szabályos dobókockán a szemközti lapokon a pöttyök számának összege 7.

Így a gyerekek az általuk mondott összegeket csak a következőképpen láthatják:

Bori (7): $1 + 2 + 4$

Csilla (10): $1 + 4 + 5$

$1 + 3 + 6$; $2 + 3 + 5$; nem lehet a szemközti lapok miatt.

Kinga (15): $4 + 5 + 6$

Luca (12): $2 + 4 + 6$

$3 + 4 + 5$ nem lehet a szemközti lapok miatt.

Tehát a 3-as az a lap, amelyet egyikük sem látott.

5 pont

2 pont



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

Másképp: Ha tudjuk, hogy van olyan lap, amit senki sem lát, akkor az azzal szemközti lapot mindenki látja (A lap). Marad még 8 szám, amely szerepel valamelyiküknél. Ha ezek között lenne 3 egyforma (B), akkor az AB lapokhoz (amelyek 3 gyereknél vannak együtt) csak 2 lap lehetne, ami szomszédos velük, de egyikükkel sincs szemben így nem lehetne AB-hez 3 különböző összeg. Így az A lapon kívüli lapok mindegyike pontosan kétszer szerepel. Vagyis ha a gyerekek által látott összegből levonjuk a kocka lapjain levő pöttyök számának kétszeresét, akkor annak a számnak a kétszeresét kapjuk, amennyivel a mindenki által látott lapon több pötty van, mint a vele szemközti, senki által nem látott lapon.
 $7+10+12+15=44$, két kockán $2 \cdot 21 = 42$ pötty van, így a mindenki által látott lapon 1-gyel több pötty van, mint a senki által nem látott lapon, ezek a 4-es és a 3-as lap. Tehát a 3-as az a lap, amit senki sem lát.

3. Nyuszi 180 tojást készült megfesteni szerda estére. Kedden délben megszámolta, hány tojást kell még megfestenie, és azt mondta: „Ha ma még 36 tojást megfestek, akkor éppen kétszer annyi tojás lesz megfestve, mint amennyit még szerdán festenem kell. Hány festésre váró tojást számolt meg kedden délben Nyuszi?”

Megoldás:

Kedden este kétszer annyi tojás lesz megfestve, mint ahány nem, így a tojások harmada, azaz $180 : 3 = 60$ tojás lesz festetlen. *3 pont*

Ehhez még 36 tojást kell megfesteni, ezért kedden délben

$60 + 36 = 96$ tojás vár festésre. *2 pont*

Ellenőrzés: Kedden délben 96 festetlen, $150 - 96 = 84$ festett tojás volt. Ha még megfest

36-ot, akkor $96 - 36 = 60$ festetlen és 120 festett tojás lesz, valóban kétszer annyi festett, mint festetlen. *1 pont*

Válasz: Tehát kedden délben még 96 tojás várt festésre. *1 pont*

4. Gabi hat színes tányéért rak egymás tetejére, két sárgát, két kéket és két zöldet úgy, hogy azonos színű tányérok nem kerülhetnek egymás tetejére. Gabi kedvenc színe a kék, ezért legfelül mindig kék tányér van. Hány napig tudja úgy rakni a tányérokot, hogy minden nap más sorrendben legyenek?



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

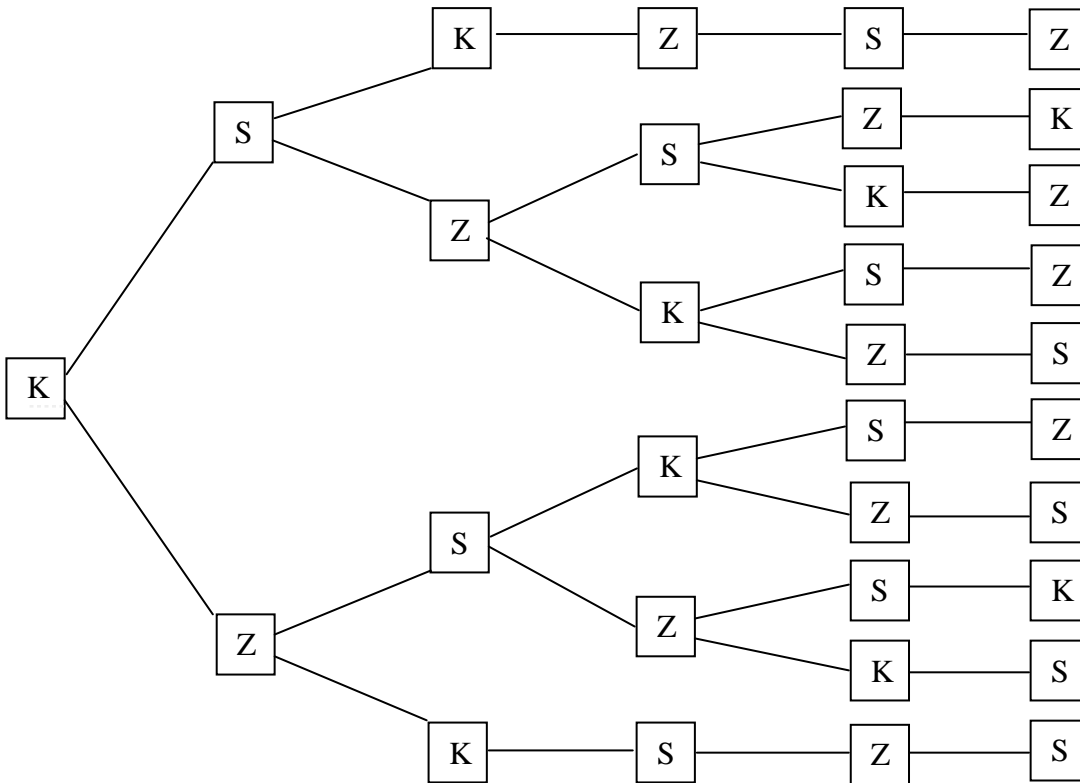
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

Megoldás:

A tényérok sorrendjét felülről lefelé az ágrajz mutatja:

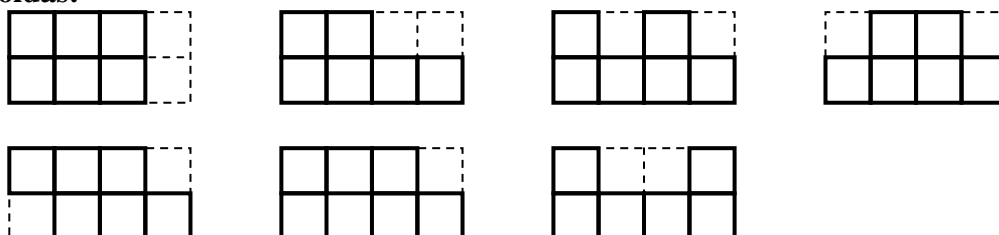


A tényérokot 10-féle sorrendbe lehet egymásra rakni, így 10 napig rakhatja úgy a tényérokot, hogy minden nap különböző sorrendben legyenek. 7 pont

5. Az ábrán látható, nyolc kis négyzetből álló téglalapról két kis négyzetet kivágunk úgy, hogy a megmaradó alakzat ne essen szét, azaz a megmaradó négyzetek oldalakkal csatlakozzanak egymáshoz. Hányféle lehet a megmaradó alakzat? (Két alakzat különböző, ha nem tudjuk pontosan egymásra rakni őket, így egy alakzatot és a tükörképét sem különböztetjük meg.) Rajzold le a lehetőségeket!



Megoldás:





TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

Ha mind a 7 lehetőséget megtalálta, és nem rajzolt rosszat, nem rajzolta ugyanazt többször, akkor 7 pont.

Ha kevesebbet talált, akkor annyi pontot kapjon, ahányat megtalált.

Ha rosszat is rajzolt, akkor vonjunk le 1 pontot.

Ha van olyan, amit többször is lerajzolt, akkor azért is vonjunk le 1 pontot.

Budapest, 2015. május 30.