



**42. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY**  
**ORSZÁGOS DÖNTŐ 2. forduló**

**NEGYEDIK OSZTÁLY JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ**

**Minden feladat teljes megoldása 7 pont**

1. Jancsinak a két zsebében összesen 2000 forint volt. A jobb zsebében levő pénzt negyedét átteszi a bal zsebébe, majd a bal zsebből áttesz 100 Ft-ot a jobb zsebébe. Így mindkét zsebében ugyanannyi pénz lesz. Hány forint volt eredetileg külön-külön a két zsebében?

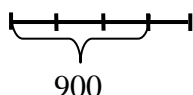
**Megoldás:**

Gondolkodjunk visszafelé!

Végül mindkét zsebben ugyanannyi pénz lett:  $2000 : 2 = 1000$  Ft.

Mielőtt 100 Ft-ot áttett a bal zsebből a jobb zsebbe, a balban  $1000 + 100 = 1100$  Ft, a jobb zsebben  $1000 - 100 = 900$  Ft volt.

Ez úgy lett, hogy a jobb zsebében levő pénzt negyedét áttette a bal zsebébe, így a jobb zsebében az eredeti  $\frac{3}{4}$  része maradt, ez a 900 Ft.



Így az eredeti pénz  $\frac{1}{4}$  része  $900 : 3 = 300$  Ft, az eredeti pénz pedig  $4 \cdot 300 = 1200$  Ft.

Tehát a jobb zsebében eredetileg 1200 Ft, a balban 800 Ft volt.

Ellenőrzés:

$$1200 + 800 = 2000$$

$$1200 : 4 = 300; 1200 - 300 = 900 \text{ és } 800 + 300 = 1100.$$

$$1100 - 100 = 1000 \text{ és } 900 + 100 = 1000.$$

Válasz: A jobb zsebében eredetileg 1200 Ft, a balban 800 Ft volt.

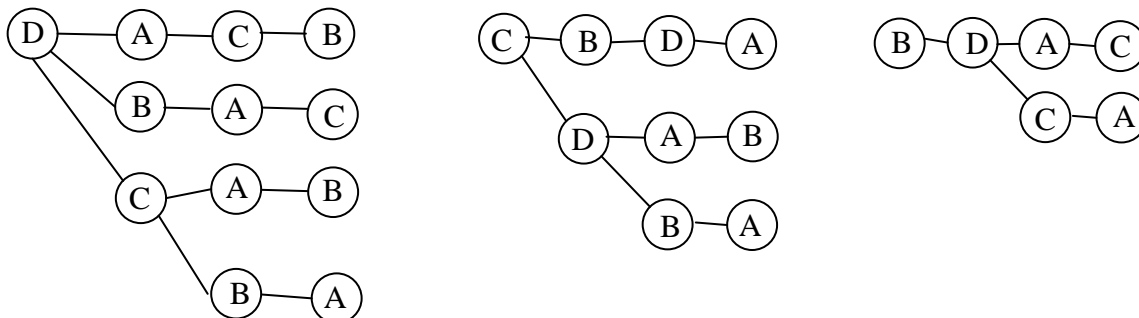
2. Anna, Bori, Csabi és Dani leülnek sorban egymás mellé a moziban. Hányféle sorrendben ülhetnek, ha Csabi nem jobbszomszédja Borinak, és Dani Annától balra ül? Sorold fel a lehetőségeket balról jobbra haladva! (A gyerekeket a nevük kezdőbetűjével jelöld!)



**Megoldás:**

Dani előbb kell legyen, mint Anna, aki így nem lehet a bal szélső, továbbá balról jobbra Bori után közvetlenül nem jöhet Csabi.

A lehetőségek ágrajzzal:



Felsorolva:

BDAC; BDCA;

CBDA; CDAB; CDBA;

DACB; DBAC; DCAB; DCBA;

Összesen 9 lehetőség.

3. *Bence kijelölt öt pontot a számegyenesen, majd megnézte az összes lehetséges pontpár távolságát, és felírta ezeket a távolságokat növekvő sorrendben. Öccse, Benő leöntötte kakaóval a papírt, így most csak a következő számok látszanak:*

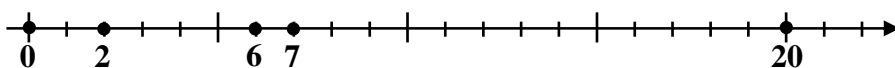
*1; 2; 4;*

*14; 18; 20.*

*Rajzolj egy számegyenest öt megfelelő ponttal, és pótold a hiányzó távolságokat!*

**Megoldás:**

Legyen a számegyenesen az első pont a 0, és mivel 20 a legnagyobb távolság, a másik szélső pont a 20 (a megoldás más kezdőponttal is jó lehet). Mivel 19-es távolság nincs, ezért sem az 1, sem a 19 pontokat nem jelöljük a számegyenesen. Van 18-as távolság, ezért vagy a 2-t vagy a 18-at bejelöljük.



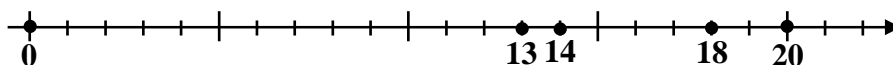


Ha a 2-t jelöltük, akkor az 1 távolsághoz csak a 3-at jelölhetjük (a 19-et továbbra sem), de akkor lenne 3-as távolság, ami viszont nem lehet. A 4-es távolsághoz csak a 6-ot jelölhetjük (a 16-ot nem jelölhetjük, mert akkor lenne 16-os távolság). Az 1-es távolsághoz még a 7-et kell bejelölni.

A bejelölt pontok távolságai páronként 1; 2; 4; 5; 6; 7; 13; 14; 18; 20, tehát a hiányzó távolságok: 5; 6; 7 és 13.

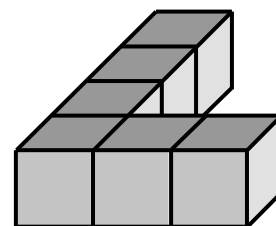
Ha a 2 helyett a 18 pontot jelöljük, akkor az 1 távolsághoz csak a 17-et jelölhetnénk, akkor viszont lenne 3-as távolság, ami nem lehet. A 4-es távolsághoz csak a 14-et jelölhetjük (a 4-et nem jelölhetjük, mert akkor lenne 16-os távolság). Az 1-es távolsághoz még a 13-at kell bejelölni.

A pontok távolságai ugyanazok, mint az előbb.



Tehát a hiányzó távolságok: 5; 6; 7 és 13.

4. *Nóri 36 építőkockából egy négyzet alakú terület köré kerítést épített. A kerítés egy részlete látható az ábrán. Hány ugyanilyen kockára van szüksége, ha a körülkerített területet egy rétegben ki akarja tölteni?*



### Megoldás:

A négyzet csúcsaiba rakott 4 kockát elvéve 32 kocka marad, így 8 kocka jut a négyzet egy oldalára a csúcsokon kívül.

Ez azt jelenti, hogy  $8 \cdot 8 = 64$  kiskocka kerül belültre.

Tehát 64 kiskockára van szüksége a kitöltéshez Nórinak.

5. *Gabi titkosírást készített, minden számjegy helyett egy másik számjegyet használt. A titkosírással elkészítette a szorzótáblát, ezután összekeverte a szorzótábla sorait, majd az*



oszlopaikat. A kapott szorzótábla egy részlete látható az ábrán. Fejtsd meg a számjegyek titkosítását, és írd fel a szorzótáblának ezt a részletét az eredeti számjegyekkel!

	1	2	4	8
1	31	71	51	29
2	71	4	30	76
4	51	30	67	15
8	29	76	15	28

	5	3	9	6
5	25	15	45	30
3	15	9	27	18
9	45	27	81	54
6	30	18	54	36

Titkosítva	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Eredetileg	7	5	3	2	9	4	8	1	6	0

## Megoldás:

A titkosított számok közül egyedül a 2-nek az önmagával vett szorzata egyjegyű. Az eredetije nem lehet sem az 1 sem a 0, mert akkor a szorzat ugyanaz lenne. 2 sem lehet, mert akkor a 4 is önmaga lenne, de  $2 \cdot 4 = 8$  eredetileg egyjegyű, a titkosítás után viszont nem. Így a 2 biztosan a 3 helyett áll, a 4 a 9 helyett. Mivel  $3 \cdot 9 = 27$ , így a 3 a 2 helyett áll a titkosításban a 0 a 7 helyett.  $9 \cdot 9 = 81$ , ezért a 6 a 8 helyett áll, a 7 az 1 helyett. Ezért a táblázatban szereplő 76 eredetileg 18, ezért az utolsó oszlop legfelső sorában a 6-os áll eredetileg, vagyis a 8 a 6 helyett áll.  $6 \cdot 9 = 54$ , így az 1 az 5 helyett, az 5 a 4 helyett áll. Az  $5 \cdot 6 = 30$  adja meg, hogy a 9 a 0 helyett áll. Így minden számjegy egyszer fordult elő, és a táblázat minden mezőjére igaz, hogy a beírt számok megfelelnek a helyes szorzásnak.

Másképp is indulhatunk, például úgy, hogy az 1 önmagával vett szorzata 1-re végződik. Az 1 a 0 és az 1 helyett nem állhat, mert önmagával vett szorzata kétjegyű. Az 1 a 6 helyett sem állhat, mert a szorzótáblában a 6-nak csak két többszöröse végződik 6-ra. Tehát az 1 csak az 5 helyett állhat, és a 2 és a 4 páratlan számok helyett állnak.



## TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.  
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176  
E-mail: [titnet@webinform.hu](mailto:titnet@webinform.hu); Honlap [www.titnet.hu](http://www.titnet.hu)  
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



---

$2 \cdot 2$  egyjegyű, ezért a 2 a 3 helyett áll...

Kiindulhatunk abból is, hogy a  $8 \cdot 8$  kétjegyű és 8-ra végződik, így a 8 csak a 6 helyett állhat, mert többszörösei nem csak kétféle számjegyre végződnek, mint az 5 többszörösei.