



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

44. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

ORSZÁGOS DÖNTŐ 2. forduló

NEGYEDIK OSZTÁLY JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

1. Zsófi leírt egy háromjegyű számot, amelyben nincsen 0 számjegy. A szám számjegyeit más sorrendbe írva egy másik háromjegyű számot kapott, és micsoda meglepetés, a két háromjegyű szám összege éppen 1000 lett! Keressük meg az összes olyan számot, amit Zsófi leírhatott!

Megoldás:

A háromjegyű számban nincs 0, ezért az egyes helyi értéken a két számban levő számjegyek összege 10, a másik két helyi értéken pedig 9 (két számjegy összege nem lehet 18-nál nagyobb).

2 pont

Ha az egyes helyi értéken két különböző számjegy áll, (például 6 és 4), akkor ugyanezek a számjegyek másutt nem lehetnek ugyanazon a helyi értéken, mert összegük 10. A háromjegyű számnak már csak egy számjegye hiányzik, amelyeknek mindkét eddigi számjeggyel együtt 9-et kellene adni, ami nem lehet. (Az egyik helyi értéken a 6 mellett 3 kell legyen, de akkor a másikon a 4 mellett is 3 kell legyen, így ott nem 9 az összeg.) Tehát az egyes helyi értéken nem állhat két különböző számjegy.

2 pont

Az egyes helyi értéken azonos (nem 0) számjegy csak az 5 lehet. A másik két számjegy összege pedig 9 kell legyen.

1 pont

Így a lehetséges számok: $185 + 815$; $275 + 725$; $365 + 635$; $455 + 545$.

2 pont

Tehát Zsófi a fenti 8 háromjegyű szám közül bármelyiket leírhatta.

2. Két dobozban összesen 150 gomb van, a piros dobozban pirosak, a sárgában sárgák. Ha 18 piros gombot a piros dobozból átrakunk a sárga dobozba, akkor ott összesen kétszer annyi gomb lett, mint amennyi piros gomb volt eredetileg a piros dobozban. Hány piros és hány sárga gomb volt eredetileg a dobozokban külön-külön?

Megoldás:

Az átrakás után a sárga gombok dobozában kétszer annyi gomb lett, mint a pirosakéban volt eredetileg. Viszont ott most 18-cal kevesebb van, ezért egészítsük ki 18 piros gombbal a piros gombokat. Ekkor 168 gomb lesz összesen, amelyeknek a harmada a piros dobozban van. Ez $168 : 3 = 56$ gomb. Ennyi piros gomb volt eredetileg a piros dobozban, és

$2 \cdot 56 - 18 = 112 - 18 = 94$ gomb a sárga dobozban.

5 pont

Ellenőrzés: $56 + 94 = 150$. $94 + 18 = 112$, és $112 = 2 \cdot 56$.

1 pont

Válasz: Tehát eredetileg 56 piros és 94 sárga gomb volt a dobozokban.

1 pont



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

3. A táblázatban a jelek számokat jelölnek, egyforma jelek ugyanazt a számot, különböző jelek különböző számokat jelölnek. A sorok végére írt számok a sorban levő jeleknek megfelelő számok összegét mutatják, ugyanígy az oszlopok alá írt számok az oszlopban levő jeleknek megfelelő számok összegét mutatják. Melyik jelnek melyik szám felel meg?

◇	⬆	△	△	9
○	○	○	○	20
△	⬆	○	◇	12
⬆	⬆	△	△	6
12	8	14	13	

Megoldás:

A második sorban 4 kör összege 20, ezért a kör a $20 : 4 = 5$ -nek felel meg. *2 pont*

A harmadik oszlopban a 2 háromszög és a 2 kör összege 14. Mivel két kör 10-et ér, két háromszög $14 - 10 = 4$ -et, tehát egy háromszög $4 : 2 = 2$ -t. *2 pont*

A második oszlopban egy kör mellett 3 ötszög van, összegük 8, így a 3 ötszög összege $8 - 5 = 3$, tehát az ötszög a $3 : 3 = 1$ -nek felel meg. *1 pont*

Az első oszlopban a rombusz mellett egy kör, egy háromszög és egy ötszög van, melyek összege $5 + 2 + 1 = 8$, így a rombusz a $12 - 8 = 4$ -nek felel meg. *1 pont*

Ellenőrzés:

A negyedik oszlop: $2 + 5 + 4 + 2 = 13$.

Az első sor: $4 + 1 + 2 + 2 = 9$.

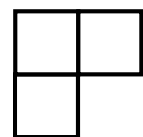
A harmadik sor: $2 + 1 + 5 + 4 = 12$.

A negyedik sor: $1 + 1 + 2 + 2 = 6$.

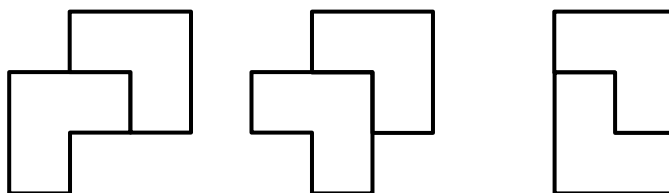
Tehát a jeleknek megfelelő számok:

⬆ = 1; △ = 2; ◇ = 4; ○ = 5.

4. Három darab egyforma kis négyzetből egy triminót ragasztunk össze az ábrán látható módon. Két ilyen triminót összeillesztünk úgy, hogy mindig teljes négyzetoldalak illeszkedjenek egymáshoz. Hányféle alakzatot kaphatunk, ha két alakzat akkor különböző, ha nem lehet pontosan egymásra rakni őket? Rajzold le a lehetőségeket!



Megoldás:



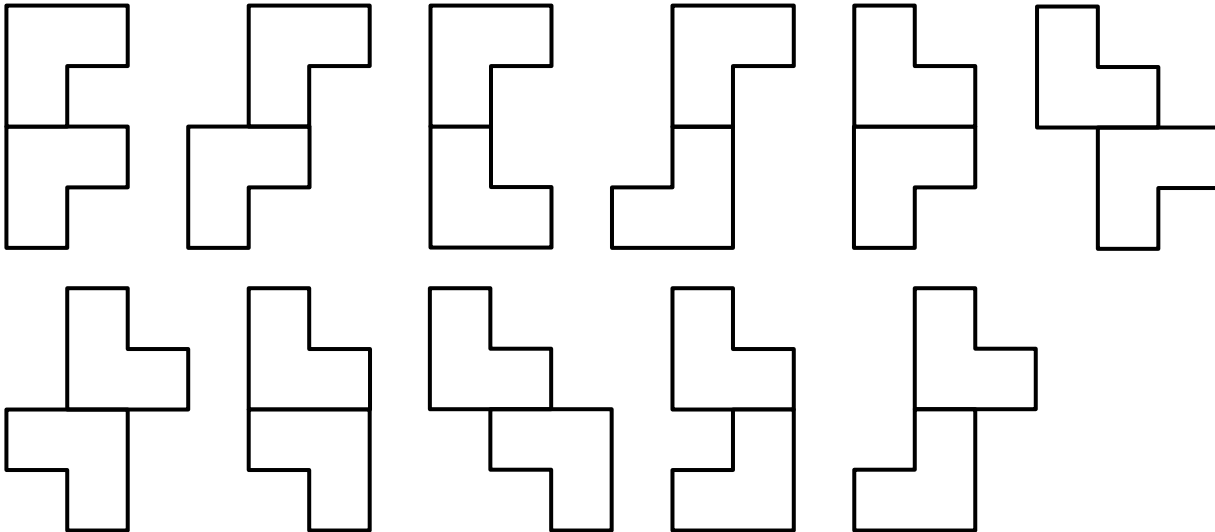


TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)



14 lehetőség van.

7 pont

Ha nincs rossz, akkor

12-13 db 6 pont.

10-11 db 5 pont

8-9 db 4 pont

6-7 db 3 pont

4-5 db 2 pont

2-3 db 1 pont

Ha a jók mellett a feltételeknek nem megfelelőt is rajzolt, akkor ezért 1 pont levonás jár.

Ha azonosakat rajzolt többször tükörkép miatt, az is 1 pont levonás.

Ha azonosakat rajzolt forgatás miatt, az is 1 pont levonás.

5. Öt különböző színű tányéért raktunk egymás tetejére egy oszlopba, felülről lefelé: piros, kék, zöld, sárga, lila. Megfogjuk a két felsőt, és a legalsó alá tesszük úgy, hogy a megfogott tányérok sorrendjét nem változtatjuk. Ezután újra megfogjuk a két felsőt, és a legalsó alá tesszük, és így tovább, összesen 321-szer teszünk át két tányéért. Milyen színűek lesznek ekkor a tányérok felülről lefelé haladva?

Megoldás:

A tányérok sorrendjét írjuk fel a színek kezdőbetűjével felülről lefelé az átrakások után:

0. P K Z S L
1. Z S L P K
2. L P K Z S
3. K Z S L P
4. S L P K Z
5. P K Z S L



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

Láthatjuk, hogy az 5. átrakás után ugyanabban a sorrendben állnak a tényérok, mint az elején. Ez nem is meglepő, hiszen ha a tényérokot körbe rakva képzeljük, akkor az átrakással a körbeli a sorrendjük nem változik, csak 5-féleképpen választható ki, hogy éppen melyik van felül, ezért legfeljebb 5 sorrend lehet. Mind az 5 elő is fordul, ahogy a fenti átrakásoknál láttuk.

3 pont

Látható, hogy minden ötödik átrakás után ugyanaz a sorrend, a sorrendek ötösével ugyanazok. Tehát a 321. átrakás után ugyanazt a sorrendet kapjuk, mint az 1. után, azaz felülről lefelé: zöld, sárga, lila, piros és kék.

4 pont

Budapest, 2015. május 30.