



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

44. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő, 1. nap - 2015. május 29.

NYOLCADIK OSZTÁLY

1. A sakktáblán pirosra van színezve 3 mező. Szeretnénk elérni, hogy bármely piros mezőről bármely másik piros mezőre el lehessen jutni úgy, hogy csak piros mezőket érintünk, és mindig oldallal szomszédos mezőre lépünk tovább. Mutassuk meg, hogy ehhez legfeljebb 12 további mezőt kell pirosra színezni!
2. Mennyi lehet $p + q$ és $p^2 + q^2$ legnagyobb közös osztója, ahol p és q két különböző pozitív prímszám?
3. Igaz-e, hogy 20 egymást követő egész számból mindig kiválasztható 10 úgy, hogy a kiválasztott számok összege relatív prím legyen a nem kiválasztott számok összegéhez?
4. Két rabló a következő módon osztozkodik a zsákmányolt aranytallérok: „1 neked, 2 nekem, 3 neked, 4 nekem stb.”, amíg az aranytallérokból futja. A végén a soron következő rabló megkapja a maradék aranytallérokot. Tudjuk, hogy 1000 aranytallérnál kevesebb volt a zsákmányuk, és azt is, hogy az osztozkodás végén mindkét rabló egyforma számú aranytallért kapott. Legfeljebb hány aranytallér lehetett a zsákmány?
5. Egy hegyesszögű háromszög oldalfelező pontjaiból merőlegeseket állítottunk a másik két oldalra. A 6 merőleges által közrezárt hatszög területe hányadrésze a háromszög területének?