

Javítási útmutató és megoldások

8. osztály

1. Célszerű általánosan számolni. Négy egymást követő páratlan szám szorzatához 16-ot adunk. 2 pont

$$(2k-3)(2k-1)(2k+1)(2k+3) + 16 = (4k^2 - 9)(4k^2 - 1) + 16 = \\ = 16k^4 - 40k^2 + 25 = (4k^2 - 5)^2.$$

5 pont

Összesen: 7 pont

2. Tegyük fel. Hogy $n+1+n+2+\dots+n+k = 2013$. 1 pont

Ebből $nk + \frac{k(k+1)}{2} = 2013$, $2nk + k(k+1) = 4026$, $k(2n+k+1) = 4026$. 2 pont

k és $2n+1+k$ különböző paritásúak, és $2n+1+k > k$. 2 pont

Az a cél, hogy k -t a lehető legnagyobbra válasszuk.

Mivel $4026 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 61$, $k = 61$, és $2n+1+k = 66$, tehát $n = 2$ a jó választás.

Így $2013 = 3+4+\dots+62+63$.

2 pont

Összesen: 7 pont

3. Például a következő konstrukció célravezető.

Legyenek a és b pozitív egészek, és nézzük a következő 20 számot a megadott sorrendben:

$a, -b, -b, a, -b, -b, \dots, a, -b, -b, a, -b$. 2 pont

A feltétel szerint $a - 2b < 0$, tehát $a < 2b$, másrészt

$$7a - 13b > 0, \text{ azaz } a > \frac{13}{7} b.$$

Így $\frac{13}{7}b < a < 2b$, azaz $13b < 7a < 14b$, 2 pont

A kapott egyenlőtlenséget kielégítik például az $a = 17$, $b = 9$ számok, így a következő sorozatot kapjuk: $17, -9, -9, 17, -9, -9, \dots, 17, -9, -9, 17, -9$,

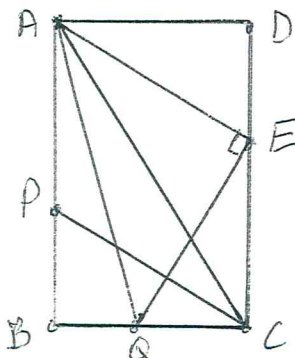
vagy egy másik eset: $a = 27$, $b = 14$, ekkor a következőt kapjuk:

$27, -14, -14, 27, -14, -14, \dots, 27, -14, -14, 27, -14$. 3 pont

Összesen: 7 pont

Bármely helyes megoldás 7 pontot ér.

4. Egészítsük ki az ABC derékszögű háromszöget az ABCD téglalappá.



AE párhuzamos CP-vel, tehát $DE = BP = CQ$ és $CE = AP = AD$.

2 pont

Ezért az AED és EQC derékszögű háromszögek egybevágóak, tehát

$QE = AE$, és a QEA szög 90° .

3 pont

Az AEQ háromszög tehát derékszögű, egyenlőszárú háromszög,
így a QAE szög 45° .

1 pont

Mivel AE párhuzamos CP -vel, az AQ és CP szakaszok szöge is 45° .

1 pont

Összesen: 7 pont

5. Szorozzuk össze az egyes sorok végére és az egyes oszlopok aljára írt
5-5 számot. Ez a szorzat biztosan 1 hiszen ebben pontosan a táblázatba írt számok
négyzete szerepel, mindegyiké egyszer. **3 pont**
Ez azt jelenti, hogy a felsorolt 10 szám között csak páros számú -1 szerepelhet. **2 pont**
Másképp az összeg úgy lehetne csak 0, ha 5 darab $+1$ és 5 darab -1 szerepel a számok
között. Tehát az összeg nem lehet 0. **2 pont**
Összesen: 7 pont

••••••••

A kijavított dolgozatokat **23 ponttól** kérjük elküldeni a Teleki László Egyesület központjába.