



Országos döntő

NYOLCADIK OSZTÁLY

1. nap

1. Melyek azok az  $n$  egész számok, amelyekre az  $\frac{n^2 + 5n + 10}{n + 3}$  tört értéke is egész szám?
2. Lehet-e  $2^{100}$  legalább két egymást követő pozitív egész szám összege?
3. Egy szabályos dobókockát háromszor feldobunk. Hányféle eredményt kaphatunk, ha csak az számít, hogy hány 1-est, 2-est, 3-ast, 4-est, 5-öst, 6-ost dobtunk?
4. Az ABC háromszög AB és AC oldalára (kifelé) megszerkesztjük az ABDE és ACFG paralelogrammákat. A DE és FG egyenesek a P pontban metszik egymást. A B illetve C ponton át az AP egyenessel párhuzamosokat húzunk, ezek a DE illetve FG egyeneseket a Q illetve R pontban metszik. Igazoljuk, hogy BCRQ paralelogramma, és ennek területe egyenlő az ABDE és ACFG paralelogrammák területének összegével.
5. Oldjuk meg a pozitív egész számok halmazán a következő egyenletet:  
$$a \cdot b + 2a + 3b = 36.$$

Vác. 2012. június 28.

Jó munkát kíván az

Országos Versenybizottság.